

Bruit dans les quadripôles

6.1 - Introduction

Le **facteur de bruit** et la **température de bruit** sont les caractéristiques les plus utilisées pour donner une description externe du bruit dans un quadripôle. Dans ce chapitre, nous définissons ces deux notions et nous montrons leur intérêt. Nous établirons comment on peut calculer le facteur de bruit d'un quadripôle, en modélisant ses sources de bruit internes par deux sources de bruit externes. Enfin, nous verrons comment appliquer cette théorie dans un circuit pouvant être considéré comme l'association de quadripôles.

6.2 - Gains en puissances dans les quadripôles

6.2.1 - Gain en puissance

Le gain en puissance d'un quadripôle est défini comme étant le rapport entre la puissance moyenne à la sortie du quadripôle et la puissance moyenne à l'entrée du quadripôle :

$$G_p = \frac{P_s}{P_e} \quad (6.1)$$

6.2.1.1 - Représentation impédance

Les paramètres caractéristiques d'un quadripôle en représentation impédance sont reportés sur la figure 6.1.

Nous avons :

$$U_e = Z_{11} \cdot I_e + Z_{12} \cdot I_s \quad (6.2)$$

$$U_s = Z_{21} \cdot I_e + Z_{22} \cdot I_s \quad (6.3)$$

$$U_s = -Z_L \cdot I_s \quad (6.4)$$

$$U_e = E_G - Z_G \cdot I_e \quad (6.5)$$

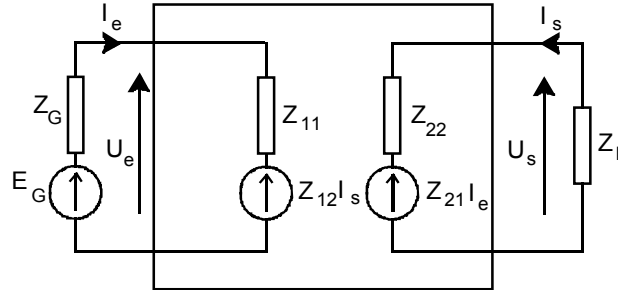


Fig. 6.1 - Représentation impédance.

Le gain en puissance est donné par :

$$G_p = \frac{|U_s|^2}{|U_e|^2} \cdot \frac{\operatorname{Re}\left[\frac{1}{Z_L}\right]}{\operatorname{Re}\left[\frac{1}{Z_e}\right]} \quad (6.6)$$

L'impédance d'entrée s'obtient à partir des relations (6.3), (6.4) et (6.5) :

$$Z_e = \frac{U_e}{I_e} = \frac{Z_{11} \cdot Z_L + \Delta Z}{Z_{22} + Z_L} \quad (6.7)$$

Le gain en tension se déduit des relations (6.3), (6.4) et (6.7) :

$$\frac{U_s}{U_e} = \frac{Z_{21} \cdot Z_L}{Z_e \cdot (Z_{22} + Z_L)} = \frac{Z_{21} \cdot Z_L}{Z_{11} \cdot Z_L + \Delta Z} \quad (6.8)$$

Avec :

$$\Delta Z = Z_{11} \cdot Z_{22} - Z_{12} \cdot Z_{21} \quad (6.9)$$

Nous obtenons finalement :

$$G_P = \frac{|Z_{21}|^2 \cdot \operatorname{Re}[Z_L]}{|Z_{22} + Z_L|^2 \cdot \operatorname{Re}[Z_e]} \quad (6.10)$$

6.2.1.2 - Représentation admittance

Les paramètres caractéristiques d'un quadripôle en représentation admittance sont reportés sur la figure 6.2.

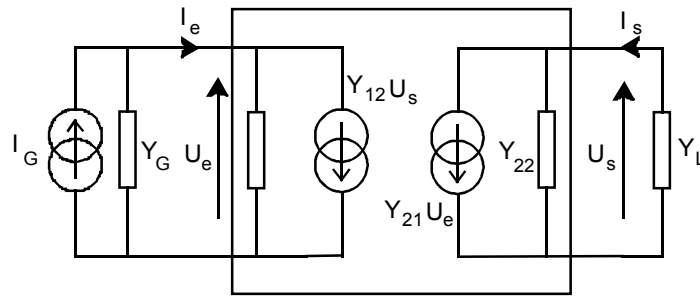


Fig. 6.2 - Représentation admittance.

Nous avons :

$$I_e = Y_{11} \cdot U_e + Y_{12} \cdot U_s \quad (6.11)$$

$$I_s = Y_{21} \cdot U_e + Y_{22} \cdot U_s \quad (6.12)$$

$$I_s = -Y_L \cdot U_s \quad (6.13)$$

$$I_e = I_G - Y_G \cdot U_e \quad (6.14)$$

Le gain en puissance est donné par :

$$G_p = \frac{|U_s|^2}{|U_e|^2} \cdot \frac{\text{Re}[Y_L]}{\text{Re}[Y_e]} \quad (6.15)$$

Les relations (6.12) et (6.13) permettent d'évaluer le rapport U_s / U_e :

$$\frac{U_s}{U_e} = \frac{-Y_{21}}{Y_{22} + Y_L} \quad (6.16)$$

L'admittance d'entrée s'obtient à partir des relations (6.11), (6.12) et (6.13) :

$$Y_e = \frac{I_e}{U_e} = \frac{Y_{11} \cdot Y_L + \Delta Y}{Y_{22} + Y_L} \quad (6.17)$$

Avec :

$$\Delta Y = Y_{11} \cdot Y_{22} - Y_{12} \cdot Y_{21} \quad (6.18)$$

Nous obtenons finalement :

$$G_p = \frac{|Y_{21}|^2 \cdot \text{Re}[Y_L]}{|Y_{22} + Y_L|^2 \cdot \text{Re}[Y_e]} \quad (6.19)$$

6.2.2 - Gain d'insertion

Le gain d'insertion est défini comme étant le rapport de la puissance que délivre le quadripôle à la charge, par la puissance que fournirait le générateur s'il était directement connecté à la charge :

$$G_{ins} = \frac{P_s}{P} \quad (6.20)$$

6.2.2.1 - Représentation impédance

La puissance délivrée par le quadripôle à la charge est donnée par :

$$P_s = \frac{1}{2} |U_s|^2 \cdot \operatorname{Re} \left[\frac{1}{Z_L} \right] = \frac{1}{2} |U_s|^2 \cdot \frac{\operatorname{Re}[Z_L]}{|Z_L|^2} \quad (6.21)$$

La puissance que fournirait le générateur directement connecté à la charge est donnée par :

$$P = \frac{1}{2} |E_G|^2 \cdot \frac{\operatorname{Re}[Z_L]}{|Z_G + Z_L|^2} \quad (6.22)$$

A l'entrée du quadripôle, nous avons :

$$U_e = E_G \cdot \frac{Z_e}{Z_G + Z_e} \quad (6.23)$$

Les relations (6.8) et (6.23) conduisent à :

$$\frac{U_s}{E_G} = \frac{Z_{21} \cdot Z_L}{(Z_G + Z_e) \cdot (Z_{22} + Z_L)} \quad (6.24)$$

La puissance de sortie s'obtient en reportant la relation (6.24) dans la relation (6.21).

Le gain d'insertion s'exprime sous la forme :

$$G_{ins} = \frac{|Z_{21}|^2 \cdot |Z_G + Z_L|^2}{|Z_G + Z_e|^2 \cdot |Z_{22} + Z_L|^2} \quad (6.25)$$

6.2.2.2 - Représentation admittance

La puissance délivrée par le quadripôle à la charge est donnée par :

$$P_s = \frac{1}{2} |I_s|^2 \cdot \operatorname{Re} \left[\frac{1}{Y_L} \right] = \frac{1}{2} |I_s|^2 \cdot \frac{\operatorname{Re}[Y_L]}{|Y_L|^2} \quad (6.26)$$

La puissance que fournirait le générateur directement connecté à la charge est donnée par :

$$P = \frac{1}{2} \cdot |I_G|^2 \cdot \frac{\operatorname{Re}[Y_L]}{|Y_G + Y_L|^2} \quad (6.27)$$

A l'entrée du quadripôle, nous avons :

$$I_e = I_G \cdot \frac{Y_e}{Y_G + Y_e} \quad (6.28)$$

Les relations (6.13), (6.17), (6.16) et (6.28) conduisent à :

$$\frac{I_s}{I_G} = \frac{Y_{21} \cdot Y_L}{(Y_G + Y_e) \cdot (Y_{22} + Y_L)} \quad (6.29)$$

La puissance de sortie s'obtient en reportant la relation (6.29) dans la relation (6.26).

Le gain d'insertion s'exprime sous la forme :

$$G_{ins} = \frac{|Y_{21}|^2 \cdot |Y_G + Y_L|^2}{|Y_G + Y_e|^2 \cdot |Y_{22} + Y_L|^2} \quad (6.30)$$

6.2.3 - Gain transducique ou gain composite

Le gain transducique est défini comme étant le rapport entre la puissance délivrée à la sortie du quadripôle et la puissance maximum disponible délivrée par le générateur :

$$G_t = \frac{P_s}{P_{e_{disp}}} \quad (6.31)$$

6.2.3.1 - Représentation impédance

La puissance maximum disponible en entrée est donnée par :

$$P_{disp} = \frac{1}{8} \cdot |E_G|^2 \cdot \frac{1}{\operatorname{Re}[Z_G]} \quad (6.32)$$

La puissance de sortie est obtenue en reportant la relation (6.24) dans la relation (6.21).

Le gain transducique s'exprime sous la forme :

$$G_t = 4 \cdot \frac{|Z_{21}|^2 \cdot \operatorname{Re}[Z_G] \cdot \operatorname{Re}[Z_L]}{|(Z_{11} + Z_G) \cdot (Z_{22} + Z_L) - Z_{12} \cdot Z_{21}|^2} \quad (6.33)$$

6.2.3.2 - Représentation admittance

La puissance maximum disponible en entrée est donnée par :

$$P_{disp} = \frac{1}{8} \cdot |I_G|^2 \cdot \frac{1}{\text{Re}[Y_G]} \quad (6.34)$$

La puissance de sortie est obtenue en reportant la relation (6.29) dans la relation (6.26).

Le gain transducique s'exprime sous la forme :

$$G_t = 4 \cdot \frac{|Y_{21}|^2 \cdot \text{Re}[Y_G] \cdot \text{Re}[Y_L]}{|(Y_{11} + Y_G) \cdot (Y_{22} + Y_L) - Y_{12} \cdot Y_{21}|^2} \quad (6.35)$$

6.2.4 - Gain disponible ou gain associé

Le gain en puissance disponible est défini comme étant le rapport de la puissance maximum disponible à la sortie du quadripôle sur la puissance maximum disponible aux bornes du générateur :

$$G_{disp} = \frac{P_{s_{disp}}}{P_{e_{disp}}} \quad (6.36)$$

6.2.4.1 - Représentation impédance

La puissance maximum disponible en entrée est donnée par la relation (6.32).

Par identification avec la relation (6.32), la puissance maximum disponible en sortie est donnée par :

$$P_{s_{disp}} = \frac{1}{8} \cdot |E_s|^2 \cdot \frac{1}{\text{Re}[Z_s]} \quad (6.37)$$

— E_s : est la d.d.p. de *Thévenin* du quadripôle, sortie à vide ($I_s = 0$), déduite des relations (6.2) et (6.3) :

$$E_s = E_G \cdot \frac{Z_{21}}{Z_G + Z_{11}} \quad (6.38)$$

— Z_s : est l'impédance de sortie du quadripôle lorsque son entrée est refermée sur l'impédance interne du générateur ($E_G = 0$), déduite des relations (6.2), (6.3) et (6.39) :

$$U_e = -Z_G \cdot I_e \quad (6.39)$$

$$Z_s = \frac{U_s}{I_s} = \frac{Z_{22} \cdot Z_G + \Delta Z}{Z_{11} + Z_G} \quad (6.40)$$

Nous obtenons finalement :

$$G_{disp} = \frac{|Z_{21}|^2 \cdot \text{Re}[Z_G]}{|Z_{11} + Z_G|^2 \cdot \text{Re}[Z_s]} \quad (6.41)$$

6.2.4.2 - Représentation admittance

La puissance maximum disponible en entrée est donnée par la relation (6.34).

Par identification avec la relation (6.34), la puissance maximum disponible en sortie est donnée par :

$$P_{s_{disp}} = \frac{1}{8} \cdot |I_{s_{cc}}|^2 \cdot \frac{1}{\text{Re}[Y_s]} \quad (6.42)$$

— $I_{s_{cc}}$: est le courant de *Norton* du quadripôle, sortie en court-circuit ($U_s = 0$), déduit des relations (6.11), (6.12) et (6.14) :

$$I_{s_{cc}} = I_G \cdot \frac{Y_{21}}{Y_G + Y_{11}} \quad (6.43)$$

— Y_s : est l'admittance de sortie du quadripôle lorsque son entrée est refermée sur l'admittance interne du générateur ($I_G = 0$), déduite des relations (6.11), (6.12) et (6.44) :

$$I_e = -Y_G \cdot U_e \quad (6.44)$$

$$Y_s = \frac{I_s}{U_s} = \frac{Y_{22} \cdot Y_G + \Delta Y}{Y_{11} + Y_G} \quad (6.45)$$

Nous obtenons finalement :

$$G_{disp} = \frac{|Y_{21}|^2 \cdot \text{Re}[Y_G]}{|Y_{11} + Y_G|^2 \cdot \text{Re}[Y_s]} \quad (6.46)$$

6.2.5 - Gain unilatéral

Le gain unilatéral est le gain transducique du quadripôle unilatéral.

6.2.5.1 - Représentation impédance

En représentation impédance, l'unilatéralité se traduit par $Z_{12} = 0$. La relation (6.33) conduit à :

$$G_u = 4 \cdot \frac{|Z_{21}|^2 \cdot \text{Re}[Z_G] \cdot \text{Re}[Z_L]}{|(Z_{11} + Z_G) \cdot (Z_{22} + Z_L)|^2} \quad (6.47)$$

6.2.5.2 - Représentation admittance

En représentation admittance, l'unilatéralité se traduit par $Y_{12} = 0$. La relation (6.35) conduit à :

$$G_u = 4 \cdot \frac{|Y_{21}|^2 \cdot \text{Re}[Y_G] \cdot \text{Re}[Y_L]}{|(Y_{11} + Y_G) \cdot (Y_{22} + Y_L)|^2} \quad (6.48)$$

6.2.6 - Conclusion

Le tableau 6.1 résume les paramètres de dépendance des différents gains en puissance.

Tableau 6.1 - Paramètres de dépendance des différents gains en puissance.

| | Impédance | Admittance |
|------------|-----------------|-----------------|
| G_p | $[Z], Z_L$ | $[Y], Y_L$ |
| G_{ins} | $[Z], Z_G, Z_L$ | $[Y], Y_G, Y_L$ |
| G_t | $[Z], Z_G, Z_L$ | $[Y], Y_G, Y_L$ |
| G_{disp} | $[Z], Z_G$ | $[Y], Y_G$ |
| G_u | $[Z], Z_G, Z_L$ | $[Y], Y_G, Y_L$ |

Le gain transducique tient compte du transfert de puissance à travers le quadripôle, du générateur vers la charge. Le gain d'insertion est directement accessible à la mesure et le gain maximum disponible est utilisé dans le formalisme du bruit.

6.3 - Représentation du bruit dans un quadripôle

6.3.1 - Représentation matrice impédance

Un quadripôle bruyant peut se représenter sous la forme d'un quadripôle non-bruyant auquel sont associés deux générateurs de tension de bruit (Fig. 6.3).

Les accès du quadripôle sont régis par la relation :

$$\begin{bmatrix} u_e \\ u_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_e \\ i_s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_{Ne} \\ e_{Ns} \end{bmatrix} \quad (6.49)$$

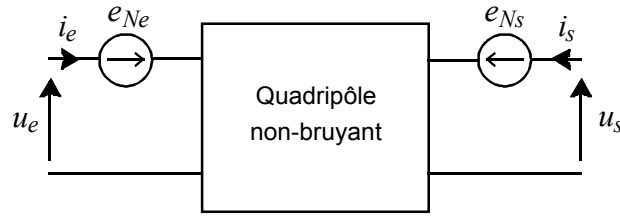


Fig. 6.3 - Représentation impédance d'un quadripôle bruyant.

Les générateurs de tension e_{Ne} et e_{Ns} sont des sources de tension de bruit équivalentes ramenées aux accès du quadripôle. Ces sources sont partiellement corrélées et conduisent à la matrice de corrélation définie par :

$$[C_Z] = \begin{bmatrix} \langle e_{Ne} \cdot e_{Ne}^* \rangle & \langle e_{Ne} \cdot e_{Ns}^* \rangle \\ \langle e_{Ne} \cdot e_{Ns}^* \rangle & \langle e_{Ns} \cdot e_{Ns}^* \rangle \end{bmatrix} \quad (6.50)$$

6.3.2 - Représentation matrice admittance

Un quadripôle bruyant peut se représenter sous la forme d'un quadripôle non-bruyant auquel sont associés deux générateurs de courant de bruit (Fig. 6.4).

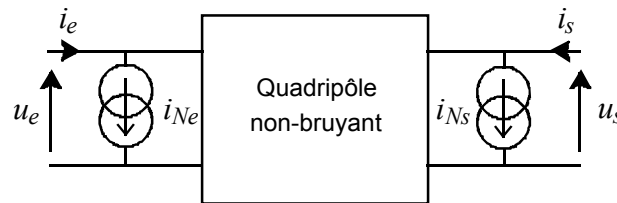


Fig. 6.4 - Représentation admittance d'un quadripôle bruyant.

Les accès du quadripôle sont régis par la relation :

$$\begin{bmatrix} i_e \\ i_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_e \\ u_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{Ne} \\ i_{Ns} \end{bmatrix} \quad (6.51)$$

Les générateurs de tension i_{Ne} et i_{Ns} sont des sources de courant de bruit équivalentes ramenées aux accès du quadripôle. Ces sources sont partiellement corrélées et conduisent à la matrice de corrélation définie par :

$$[C_Y] = \begin{bmatrix} \langle i_{Ne} \cdot i_{Ne}^* \rangle & \langle i_{Ne} \cdot i_{Ns}^* \rangle \\ \langle i_{Ne} \cdot i_{Ns}^* \rangle & \langle i_{Ns} \cdot i_{Ns}^* \rangle \end{bmatrix} \quad (6.52)$$

6.3.3 - Représentation matrice de chaîne

Un quadripôle bruyant peut se représenter sous la forme d'un quadripôle non-bruyant auquel sont associés un générateur de tension de bruit en entrée et un générateur de courant de bruit en sortie (Fig. 6.5).

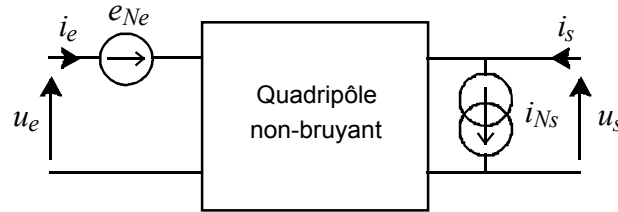


Fig. 6.5. - Représentation matrice de chaîne d'un quadripôle bruyant.

Il est également possible de ramener les sources de bruit en entrée (Fig. 6.6).

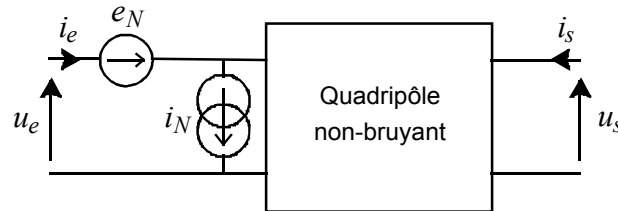


Fig. 6.6 - Représentation matrice de chaîne, sources de bruit ramenées en entrée.

Les accès du quadripôle sont régis par la relation :

$$\begin{bmatrix} u_e \\ i_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_s \\ -i_s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_N \\ -i_N \end{bmatrix} \quad (6.53)$$

Les générateurs de tension e_N et i_N sont des sources de tension de bruit et de courant de bruit équivalentes ramenées à l'entrée du quadripôle. Ces sources sont partiellement corrélées et conduisent à la matrice de corrélation définie par :

$$[C_C] = \begin{bmatrix} \langle e_N \cdot e_N^* \rangle & \langle e_N \cdot i_N \rangle \\ \langle e_N \cdot i_N^* \rangle & \langle i_N \cdot i_N^* \rangle \end{bmatrix} \quad (6.54)$$

6.4 - Facteur de bruit

6.4.1 - Définition

Le facteur de bruit d'un quadripôle caractérise la dégradation du rapport signal sur bruit, entre l'entrée et la sortie du quadripôle, le générateur étant un dipôle à la température normalisée $T_0 = 290\text{K}$:

$$F = \frac{\frac{P_e}{N_e}}{\frac{P_s}{N_s}} = \frac{P_{e_{disp}} \cdot N_{s_{disp}}}{P_{s_{disp}} \cdot N_{e_{disp}}} \quad (6.55)$$

En tenant compte de la relation (6.36), nous obtenons :

$$F = \frac{N_{s_{disp}}}{G_{disp} \cdot N_{e_{disp}}} \quad (6.56)$$

Si le quadripôle n'était pas bruyant, la puissance de bruit disponible à sa sortie serait telle que :

$$N_{s_{disp}}(NB) = N_{e_{disp}} \cdot G_{disp} \quad (6.57)$$

Nous pouvons définir la puissance de bruit disponible additionnelle ramenée à la sortie du quadripôle :

$$Nb_{s_{disp}} = N_{s_{disp}} - N_{s_{disp}}(NB) \quad (6.58)$$

Soit, compte tenu de la relation (6.58) :

$$Nb_{s_{disp}} = N_{s_{disp}} - N_{e_{disp}} \cdot G_{disp} \quad (6.59)$$

La relation (6.59) permet de déterminer la puissance de bruit disponible à la sortie du quadripôle :

$$N_{s_{disp}} = Nb_{s_{disp}} + N_{e_{disp}} \cdot G_{disp} \quad (6.60)$$

En reportant la relation (6.60) dans la relation (6.57), le facteur de bruit s'écrit sous la forme :

$$F = 1 + \frac{Nb_{s_{disp}}}{G_{disp} \cdot N_{e_{disp}}} \quad (6.61)$$

En considérant la relation (6.61), normalisée à la température T_0 , nous avons également :

$$F = 1 + \frac{Nb_{s_{disp}}}{G_{disp} \cdot K \cdot T_0 \cdot \Delta f} \quad (6.62)$$

Le facteur de bruit d'un quadripôle peut également s'exprimer en fonction de la puissance disponible de son bruit propre ramené à son entrée. Nous avons :

$$Nb_{s_{disp}} = G_{disp} \cdot Nb_{e_{disp}} \quad (6.63)$$

Le facteur de bruit se déduit de la relation (6.62) :

$$F = 1 + \frac{N_{e_{disp}}}{N_{e_{disp}}} \quad (6.64)$$

Comme le gain en puissance disponible, le facteur de bruit est indépendant des caractéristiques de la charge.

6.5 - Paramètres de bruit d'un quadripôle

6.5.1 - Formalisme impédance

Considérons le quadripôle bruyant de la figure 6.7, attaqué par un générateur de tension de bruit e_G et d'impédance Z_G , tels que :

$$\langle e_G^2 \rangle = 4 \cdot K \cdot T_0 \cdot \Delta f \cdot \text{Re}[Z_G] \quad (6.65)$$

$$Z_G = R_G + jX_G \quad (6.66)$$

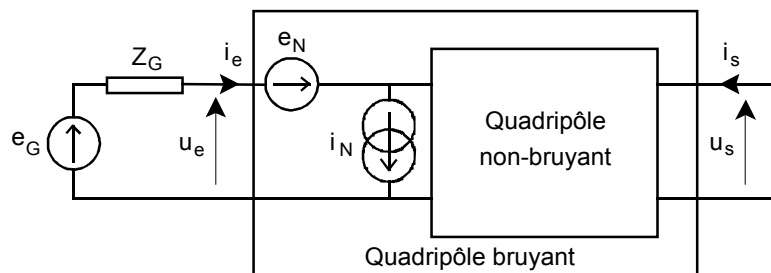


Fig. 6.7 - Quadripôle bruyant soumis à un générateur de tension de bruit.

Si les sources de bruit du quadripôle, ramenées à l'entrée sont de même origine, elles sont corrélées. Nous pouvons définir une impédance de corrélation Z_C telle que :

$$Z_C = R_C + j \cdot X_C \quad (6.67)$$

La décorrélation des sources de bruit (Fig. 7.8), conduit à :

$$e_N = e_{N_{nc}} - Z_C \cdot i_N \quad (6.68)$$

— $e_{N_{nc}}$: représente la partie non-corrélée du générateur de tension de bruit.

Le facteur de bruit est donné par la relation (6.64) avec :

$$N_{e_{disp}} = \frac{\langle e_G^2 \rangle}{4 \cdot \text{Re}[Z_G]} \quad (6.69)$$

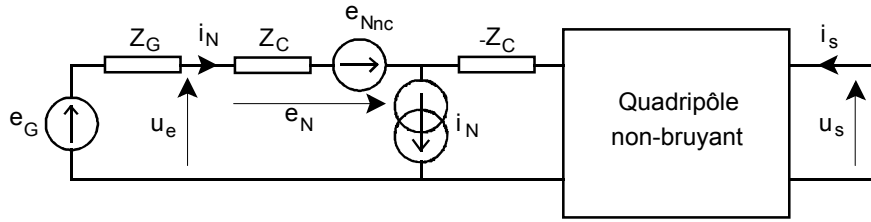


Fig. 6.8 - Décorrélation des sources de bruit.

$$Nb_{e_{disp}} = \frac{\langle e_{Nb_e}^2 \rangle}{4 \cdot \text{Re}[Z_G]} \quad (6.70)$$

En reportant les relations (6.69) et (6.70) dans la relation (6.64), nous obtenons :

$$F = 1 + \frac{\langle e_{Nb_e}^2 \rangle}{\langle e_G^2 \rangle} \quad (6.71)$$

$$|e_{Nb_e}|^2 = |e_N - Z_G \cdot i_N|^2 \quad (6.72)$$

Les relations (6.71), et (6.72) conduisent à :

$$F = 1 + \frac{\langle e_{N_{nc}}^2 \rangle}{\langle e_G^2 \rangle} + |Z_G + Z_C|^2 \cdot \frac{\langle i_N^2 \rangle}{\langle e_G^2 \rangle} \quad (6.73)$$

Avec :

$$\langle e_{N_{nc}}^* \cdot i_N \rangle = 0 \quad (6.74)$$

$$\langle e_{N_{nc}} \cdot i_N^* \rangle = 0 \quad (6.75)$$

Introduisons :

— r_N : la résistance équivalente de bruit du quadripôle :

$$r_N = \frac{\langle e_{N_{nc}}^2 \rangle}{4 \cdot K \cdot T \cdot \Delta f} \quad (6.76)$$

— g_N : la conductance équivalente de bruit du quadripôle

$$g_N = \frac{\langle i_N^2 \rangle}{4 \cdot K \cdot T \cdot \Delta f} \quad (6.77)$$

La relation (6.73) s'écrit sous la forme :

$$F = 1 + \frac{r_N}{R_G} \cdot \frac{T}{T_0} + \frac{g_N}{R_G} \cdot \frac{T}{T_0} \cdot |Z_G + Z_C|^2 \quad (6.78)$$

Lorsque le quadripôle est à la même température que la source de bruit ($T = T_0$), la relation (6.78) se simplifie et nous obtenons :

$$F = 1 + \frac{r_N}{R_G} + \frac{g_N}{R_G} \cdot |Z_G + Z_C|^2 \quad (6.79)$$

La relation (6.79) montre que le facteur de bruit d'un quadripôle est une fonction de l'impédance du générateur, ou de la source s'il est inséré dans un circuit.

Nous pouvons déterminer la valeur optimum de l'impédance du générateur qui rend le facteur de bruit minimum.

En introduisant les expressions de Z_G et de Z_C déduites des relations (6.66) et (6.67), le facteur de bruit s'écrit :

$$F = 1 + \frac{r_N}{R_G} + g_N \cdot \frac{(R_G + R_C)^2 + (X_G + X_C)^2}{R_G} \quad (6.80)$$

Dérivons la relation (6.80) par rapport à X_G :

$$\frac{dF}{dX_G} = 2 \cdot \frac{g_N}{R_G} \cdot (X_G + X_C) \quad (6.81)$$

La relation (6.81) s'annule pour $X_G = X_{G_{opt}}$ telle que :

$$X_{G_{opt}} = -X_C \quad (6.82)$$

Dérivons la relation (6.80) par rapport à R_G , lorsque $X_G = X_{G_{opt}}$:

$$\left. \frac{dF}{dR_G} \right|_{X_G = X_{G_{opt}}} = -\frac{r_N}{R_G^2} + g_N - \frac{g_N \cdot R_C^2}{R_G^2} \quad (6.83)$$

La relation (6.83) s'annule pour $R_G = R_{G_{opt}}$ telle que :

$$R_{G_{opt}} = \sqrt{\frac{r_N}{g_N} + R_C^2} \quad (6.84)$$

Posons :

$$Z_{G_{opt}} = R_{G_{opt}} + j \cdot X_{G_{opt}} \quad (6.85)$$

Lorsque $Z_G = Z_{G_{opt}}$, le facteur de bruit est minimum. Nous obtenons :

$$F_{\min} = 1 + 2 \cdot g_N \cdot \left(R_C + \sqrt{\frac{r_N}{g_N} + R_C^2} \right) \quad (6.86)$$

En utilisant la relation (6.84), le facteur de bruit minimum s'écrit également sous la forme :

$$F_{\min} = 1 + 2 \cdot g_N \cdot (R_C + R_{G_{opt}}) \quad (6.87)$$

Nous pouvons exprimer la différence entre le facteur de bruit et le facteur de bruit minimum :

$$F - F_{\min} = \frac{g_N}{R_G} \cdot \left(|Z_G + Z_C|^2 + \frac{r_N}{g_N} - 2 \cdot R_G \cdot (R_C + R_{G_{opt}}) \right) \quad (6.88)$$

Soit, en tenant compte des relations (6.64), (6.82) et (6.84) :

$$F - F_{\min} = \frac{g_N}{R_G} \cdot \left[(R_G - R_{G_{opt}})^2 + (X_G - X_{G_{opt}})^2 \right] \quad (6.89)$$

Finalement, les relations (6.64), (6.85) et (6.89) conduisent à :

$$F = F_{\min} + \frac{g_N}{R_G} \cdot |Z_G - Z_{G_{opt}}|^2 \quad (6.90)$$

Le quadripôle est alors défini par ses quatre paramètres de bruit :

$$g_N \quad (6.91)$$

$$F_{\min} = 1 + 2 \cdot g_N \cdot (R_C + R_{G_{opt}}) \quad (6.92)$$

$$R_{G_{opt}} = \sqrt{\frac{r_N}{g_N} + R_C^2} \quad (6.93)$$

$$X_{G_{opt}} = -X_C \quad (6.94)$$

6.5.2 - Formalisme admittance

Considérons le quadripôle bruyant de la figure 6.9, attaqué par un générateur de courant de bruit i_G et d'admittance Y_G , tels que :

$$\langle i_G^2 \rangle = 4 \cdot K \cdot T_0 \cdot \Delta f \cdot \text{Re}[Y_G] \quad (6.95)$$

$$Y_G = G_G + jB_G \quad (6.96)$$

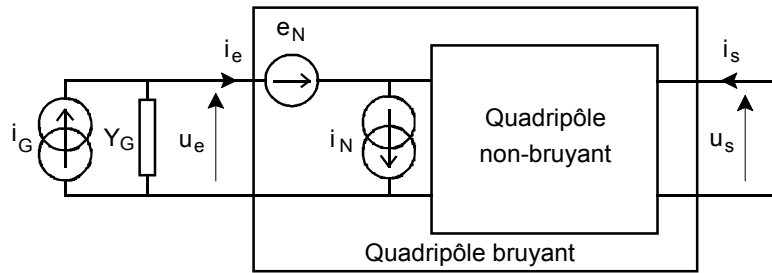


Fig. 6.9 - Quadripôle bruyant soumis à un générateur de courant de bruit.

Si les sources de bruit du quadripôle, ramenées à l'entrée sont de même origine, elles sont corrélées. Nous pouvons définir une admittance de corrélation Y_C telle que :

$$Y_C = G_C + j.B_C \quad (6.97)$$

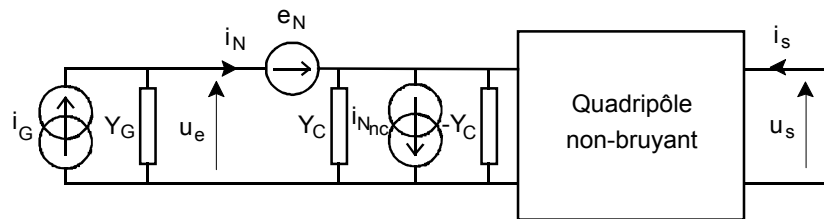


Fig. 6.10 - Décorrélation des sources de bruit.

La décorrélation des sources de bruit (Fig. 6.10), conduit à :

$$i_N = i_{N_{nc}} - Y_C \cdot e_N \quad (6.98)$$

— $i_{N_{nc}}$: représente la partie non-corrélée du générateur de courant de bruit.

Le facteur de bruit est donné par :

$$F = 1 + \frac{\langle i_{N_{nc}}^2 \rangle}{\langle i_G^2 \rangle} + |Y_G + Y_C|^2 \cdot \frac{\langle e_N^2 \rangle}{\langle i_G^2 \rangle} \quad (6.99)$$

Avec :

$$\langle i_{N_{nc}}^* \cdot e_N \rangle = 0 \quad (6.100)$$

$$\langle i_{N_{nc}} \cdot e_N^* \rangle = 0 \quad (6.101)$$

Introduisons :

— R_N : la résistance équivalente de bruit du quadripôle :

$$R_N = \frac{\langle e_N^2 \rangle}{4 \cdot K \cdot T \cdot \Delta f} \quad (6.102)$$

— G_N : la conductance équivalente de bruit du quadripôle

$$G_N = \frac{\langle i_{N_{nc}}^2 \rangle}{4 \cdot K \cdot T \cdot \Delta f} \quad (6.103)$$

En reportant les relations (6.102) et (6.103) dans la relation (6.99), nous obtenons :

$$F = 1 + \frac{G_N}{G_G} + \frac{R_N}{G_G} \cdot |Y_G + Y_C|^2 \quad (6.104)$$

Une démarche identique au paragraphe précédent conduit à :

$$F = F_{\min} + \frac{R_N}{G_G} \cdot |Y_G - Y_{G_{opt}}|^2 \quad (6.105)$$

Le quadripôle est défini par ses quatre paramètres de bruit :

$$R_N \quad (6.106)$$

$$F_{\min} = 1 + 2 \cdot R_N \cdot \left(G_C + \sqrt{\frac{G_N}{R_N} + G_C^2} \right) \quad (6.107)$$

$$G_{G_{opt}} = \sqrt{\frac{G_N}{R_N} + G_C^2} \quad (6.108)$$

$$B_{G_{opt}} = -B_C \quad (6.109)$$

6.6 - Représentation du facteur de bruit

Le facteur de bruit exprimé dans les différents formalismes, dépend des caractéristiques du générateur ou plus généralement dans un système, des caractéristiques de la source.

A titre d'exemple, nous donnons l'allure du facteur de bruit en représentation admittance.

Lorsque l'on trace en fonction de la partie réelle G_G et de la partie imaginaire B_G de l'admittance du générateur ou de la source, la courbe représentative du facteur de bruit donnée par la relation (6.105), on obtient une surface du second degré dont l'intersection avec les plans à facteur de bruit constant, représente des cercles (Fig. 6.11). La quadrique formée par l'enveloppe de ces cercles, a une

concavité positive et proportionnelle à R_N . Son extremum correspond au facteur de bruit minimum.

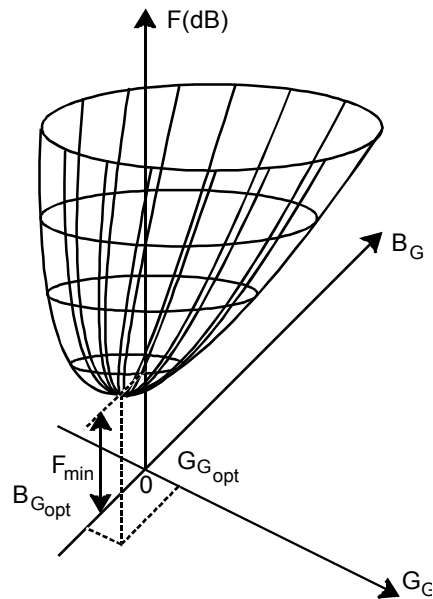


Fig. 6.11 - Evolutions du facteur de bruit en fonction des caractéristiques de la source.

Le facteur de bruit est toujours supérieur à 1 car le quadripôle ne peut que rajouter du bruit.

Le facteur de bruit est souvent exprimé en décibels. Etant donné qu'il s'agit d'un rapport de puissances, le facteur de bruit en dB est donné par :

$$F(\text{dB}) = 10 \cdot \log F \quad (6.110)$$

Généralement le facteur de bruit est déterminé pour une source portée à 290K.

Le facteur de bruit dépend de la fréquence, de la température et des caractéristiques du quadripôle, c'est à dire s'il s'agit par exemple d'un transistor, des conditions de polarisation.

La comparaison de deux facteurs de bruit n'a de sens que si ils sont définis pour les mêmes caractéristiques de la source.

6.7 - Température équivalente de bruit

Comme pour un dipôle, nous pouvons définir une température équivalente de bruit d'un quadripôle.

La puissance disponible de bruit propre du quadripôle en entrée peut s'exprimer en fonction de la température équivalente de bruit du quadripôle :

$$N_{b_{disp}} = K \cdot T_{eq} \cdot \Delta f \quad (6.111)$$

La puissance disponible de bruit propre du quadripôle ramené à la sortie est donnée par

$$Nb_{s_{disp}} = Nb_{e_{disp}} \cdot G_{disp} \quad (6.112)$$

En reportant les relations (6.111) et (6.112) dans la relation (6.62), nous obtenons finalement :

$$F = 1 + \frac{T_{eq}}{T_0} \quad (6.113)$$

6.8 - Facteur de bruit de quadripôles en cascade

Considérons deux quadripôles Q_1 et Q_2 , à la température T et montés en cascade (Fig. 6.12).

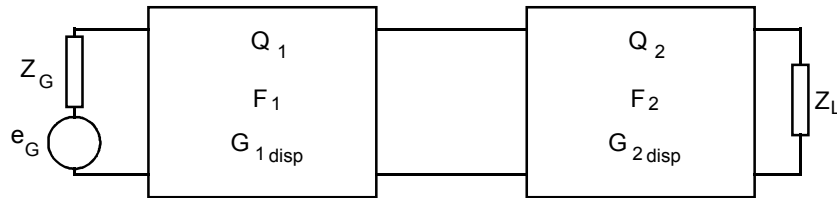


Fig. 6.12 - Quadripôles en cascade.

Soient :

- $Nb_{s1_{disp}}$: la puissance disponible de bruit propre du quadripôle 1, ramenée à sa sortie ;
- $Nb_{s2_{disp}}$: la puissance disponible de bruit propre du quadripôle 2, ramenée à sa sortie ;
- $Nb_{e_{disp}}$: la puissance disponible de bruit à l'entrée du quadripôle 1.

A la sortie du deuxième quadripôle, nous avons :

$$Nb_{s_{disp}} = Nb_{e_{disp}} \cdot G_{1\text{ disp}} \cdot G_{2\text{ disp}} + Nb_{s1_{disp}} \cdot G_{2\text{ disp}} + Nb_{s2_{disp}} \quad (6.114)$$

Le gain disponible de la chaîne est donné par :

$$G_{disp} = G_{1\text{ disp}} \cdot G_{2\text{ disp}} \quad (6.115)$$

Le facteur de bruit de la chaîne est donné par :

$$F = \frac{Nb_{s_{disp}}}{G_{disp} \cdot Nb_{e_{disp}}} \quad (6.116)$$

Posons :

$$F_1 = 1 + \frac{Nb_{s1disp}}{G_{1disp} \cdot Nb_{e_{disp}}} \quad (6.117)$$

$$F_2 = 1 + \frac{Nb_{s2disp}}{G_{2disp} \cdot Nb_{e_{disp}}} \quad (6.118)$$

Les relations (6.114), (6.115), (6.116), (6.117) et (6.118) conduisent à :

$$F = F_1 + \frac{(F_2 - 1)}{G_{1disp}} \quad (6.119)$$

En généralisant à n quadripôles cascades, nous obtenons :

$$F = F_1 + \frac{(F_2 - 1)}{G_{1disp}} + \frac{(F_3 - 1)}{G_{1disp} \cdot G_{2disp}} + \dots + \frac{(F_n - 1)}{G_{1disp} \cdot G_{2disp} \cdot \dots \cdot G_{n-1disp}} \quad (6.120)$$

La relation (6.120), est appelée formule de *Friss*. Elle montre l'influence du premier étage sur le facteur de bruit résultant. Dans le cas d'une chaîne d'amplification, il faudra apporter une attention particulière à la conception du premier étage (préamplificateur). Nous avons vu qu'il était possible de rendre son facteur de bruit minimum en exploitant l'adaptation optimale en bruit.