

HOOFDSTUK 3

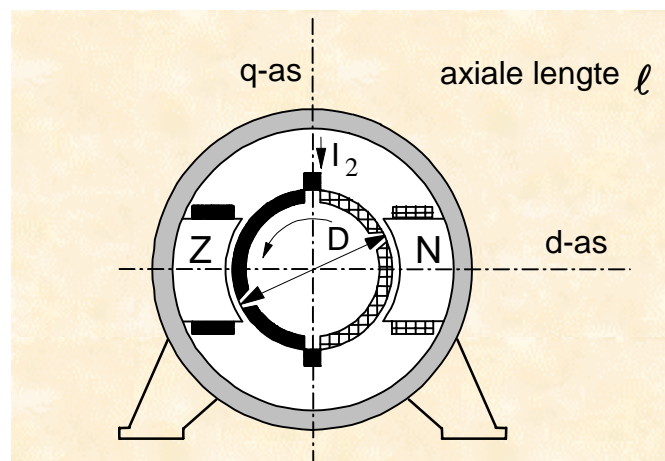
GEIDEALISEERDE GELIJKSTROOMMACHINE

3.1 Geproduceerde e.m.k.

De totale gemiddelde geïnduceerde spanning in een gelijkstroommachine kan eenvoudig berekend worden. De berekening wordt uitgevoerd voor een tweepolige machine ($p = 1$) met twee parallelle takken ($a = 1$). Het resultaat wordt nadien veralgemeend.

3.1.1 E.m.k. in een tweepolige machine ($p = 1, a = 1$)

Figuur 3.1 geeft een afbeelding van een tweepolige gelijkstroommachine.



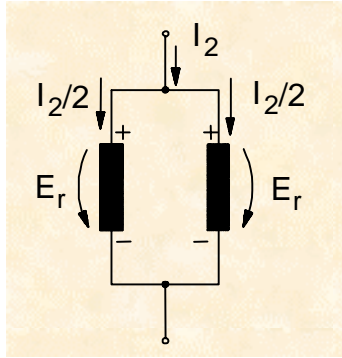
figuur 3.1 *Tweepolige machine*

Veronderstel dat het anker bewikkeld is met N_2 spoelen. Door de borstels worden deze verdeeld in twee parallelle takken die elk $N_2/2$ spoelen of N_2 spoelzijden bevatten. Iedere tak voert de helft van de totale machinestroom I_2 (figuur 3.2).

De rotor draait met een hoeksnelheid

$$\omega_r = \frac{2\pi n}{60} \quad (3.1)$$

(ω_r uitgedrukt in radialen per seconde, n in toeren per minuut).



figuur 3.2 *Stroomverdeling door de twee helften van de wikkelingen; spannings- en stroomconventies voor motorwerking*

De e.m.k., die in een geleider wordt opgewekt, varieert zoals de radiale component van de inductie B in de luchtspleet (figuur 1.17). De gemiddelde waarde van deze e.m.k. in de tijd dat de geleider een halve omtrek aflegt (van q -as tot q -as) is essentieel. De rotor draait $\omega_r/2\pi$ keer rond per seconde. De tijd nodig om 1 toer af te leggen is dus $2\pi/\omega_r$. Een halve toer wordt afgelegd in

$$t_1 = \frac{\pi}{\omega_r} \quad (3.2)$$

De gemiddelde e.m.k. per geleider is:

$$\begin{aligned} e_{r_{\text{gem}}} &= \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} e_r \cdot dt = \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} B_1 \ell v \cdot dt \\ &= \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} B_1 \ell \frac{dx}{dt} \cdot dt = \frac{1}{t_1} \int_0^{\pi D/2} B_1 \ell \cdot dx = \frac{1}{t_1} \phi = \frac{\phi \omega_r}{\pi} \end{aligned} \quad (3.3)$$

waarbij ϕ de totale flux uit een pool is. In iedere parallelle tak staan N_2 geleiders (N_2 spoelzijden), zodat de totale gemiddelde e.m.k. gegeven wordt door:

$$E_r = \frac{N_2}{\pi} \omega_r \phi \quad (3.4)$$

3.1.2 E.m.k. in meerpolige machines met meerdere parallelle takken

$$(a > 1, p > 1)$$

In dit geval moet de gemiddelde spanning e_r in een geleider berekend worden wanneer hij een afstand gelijk aan de poolsteek τ_p aflegt. In een $2p$ -polige machine herhaalt alles zich p maal over de omtrek van de rotor. In een tweepolige machine is de poolsteek gelijk aan de halve omtrek. Algemeen is de poolsteek:

$$\tau_p = \frac{\pi D}{2p} \quad [\text{m}] \quad (3.5)$$

De tijd die de geleider nodig heeft om een poolstreek τ_p af te leggen is voor een $2p$ -polige machine:

$$t_p = \frac{\pi}{p\omega_r} \quad (3.6)$$

Dan wordt de gemiddelde e.m.k. per geleider:

$$e_{r_{\text{gem}}} = \frac{1}{t_p} \int_0^{t_p} e_r dt = \frac{p\phi\omega_r}{\pi} \quad (3.7)$$

Met N_2 spoelen of $2N_2$ spoelzijden of geleiders verspreid over de rotoromtrek, is het aantal geleiders per tak gelijk aan $\frac{2N_2}{2a} = \frac{N_2}{a}$. Hierin is a het aantal parallelle takken in de wikkeling.

De totale gemiddelde e.m.k. wordt dan met (3.7):

$$E_r = \frac{N_2 p}{\pi a} \omega_r \phi = C \omega_r \phi \quad (3.8)$$

met

$$C = \frac{N_2 p}{\pi a} \quad (3.9)$$

3.2 Koppel

Beschouw een machine met N_2 spoelen in het anker. De $2N_2$ spoelzijden ($2N_2$ geleiders) voeren elk een stroom $\frac{I_2}{2a}$. De gemiddelde kracht op een geleider die beweegt over een poolsteek is:

$$F_{\text{gem}} = \frac{1}{t_p} \int_0^{t_p} B_1 \ell \frac{I_2}{2a} dt = \frac{I_2}{2at_p} \int_0^{t_p} B_1 \ell dt \quad (3.10)$$

want de kracht op een geleider is op analoge wijze functie van de tijd als de spanning e_r (figuur 1.20). Daar de omtreksnelheid $v = \frac{dx}{dt}$ constant is, volgt uit (3.10):

$$F_{\text{gem}} = \frac{I_2}{2at_p v} \int_0^{\tau_p} B_1 \ell dx = \frac{I_2}{2at_p v} \phi = \frac{I_2 \phi}{2at_p r \omega_r} \quad (3.11)$$

Met (3.6) wordt dit:

$$F_{\text{gem}} = \frac{I_2 \phi p}{2a\pi r} \quad (3.12)$$

Het gemiddeld koppel uitgeoefend op een geleider is:

$$T_{\text{gem}} = rF_{\text{gem}} = \frac{pI_2 \phi}{2\pi a} \quad (3.13)$$

Wegens de commutator werken de koppels in dezelfde zin op alle $2N_2$ geleiders, zodat zij mogen opgeteld worden:

$$T = \frac{N_2 p}{\pi a} \phi I_2 = C \phi I_2 \quad (3.14)$$

met

$$C = \frac{N_2 p}{\pi a} \quad (3.15)$$

Merk op dat de constante C dezelfde is als de constante voor de spanningsopwekking in (3.9).

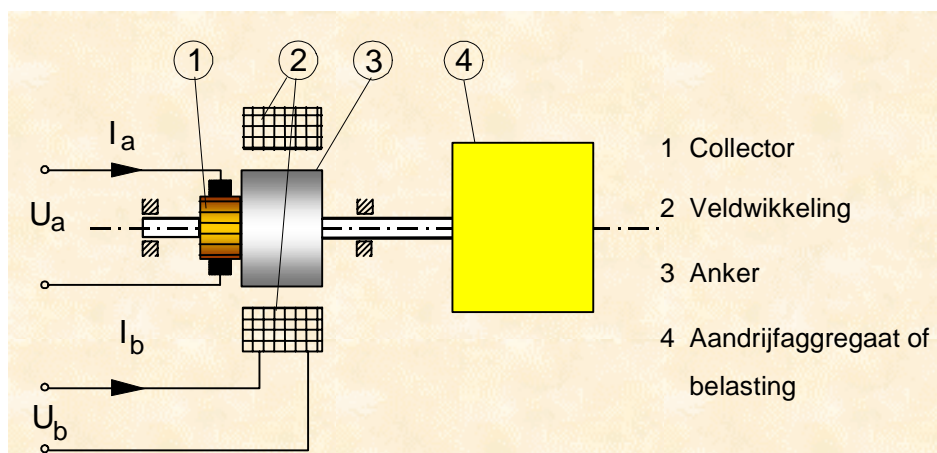
Met (3.8) en (3.14) is voldaan aan de conversie van elektrisch vermogen in mechanisch vermogen:

$$\begin{aligned} P_{\text{el}} &= P_{\text{mech}} \\ E_r I_2 &= T \omega_r \\ C \omega_r \phi I_2 &= C \phi I_2 \omega_r \end{aligned} \quad (3.16)$$

3.3 Stationair gedrag

3.3.1 Karakteristieken

Men beschouwt een gelijkstroommachine met een constante ankerspanning U_a (figuur 3.3).



figuur 3.3 *Gelijkstroommachine met mechanisch systeem*

Het gedrag van de gelijkstroommachine hangt af van de wijze waarop stator en rotor elektrisch verbonden zijn. Voor het anker (de rotor) wordt de index a gebruikt, voor de bekrachtiging (stator en polen) de index b. Bij deze geïdealiseerde machine wordt de weerstand van de ankergeleiders en alle andere verliezen verwaarloosd. De door de machine opgewekte spanning E_r is op ieder ogenblik gelijk aan de uitwendige spanning U_a . Het elektrisch en mechanisch vermogen zijn steeds gelijk. Ankerreactie en verzadiging worden eveneens verwaarloosd.

3.3.1.1 Bekrachtiging met permanente magneten

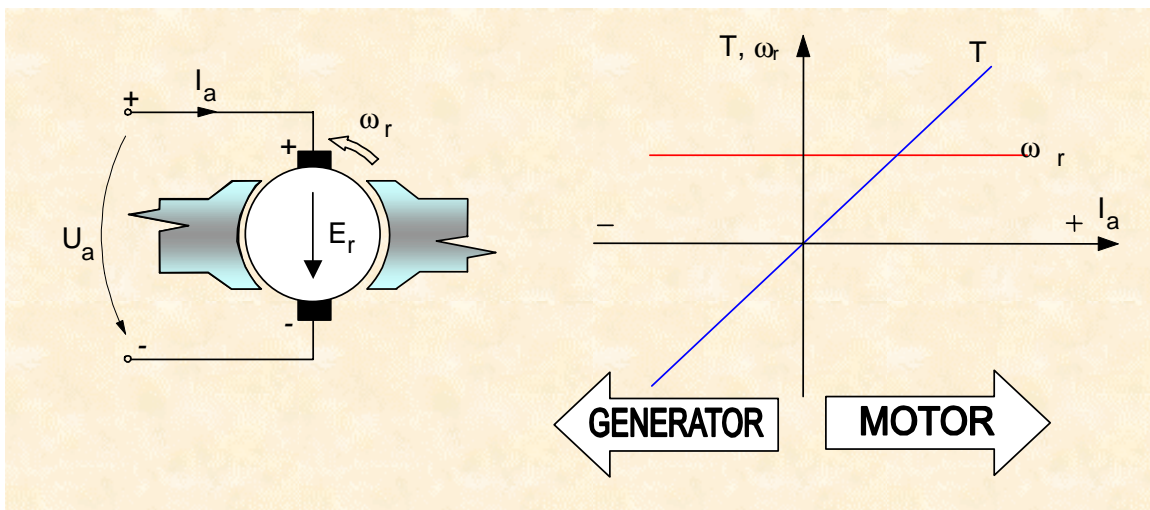
De veldflux ϕ_b is constant. Uit (3.8) volgt dat E_r evenredig is met de hoeksnelheid ω_r :

$$E_r = k_e \omega_r \text{ met } k_e = C\phi_b \quad (3.17)$$

Het koppel is evenredig met de ankerstroom (3.14):

$$T = k_t I_a \text{ met } k_t = C\phi_b = k_e \quad (3.18)$$

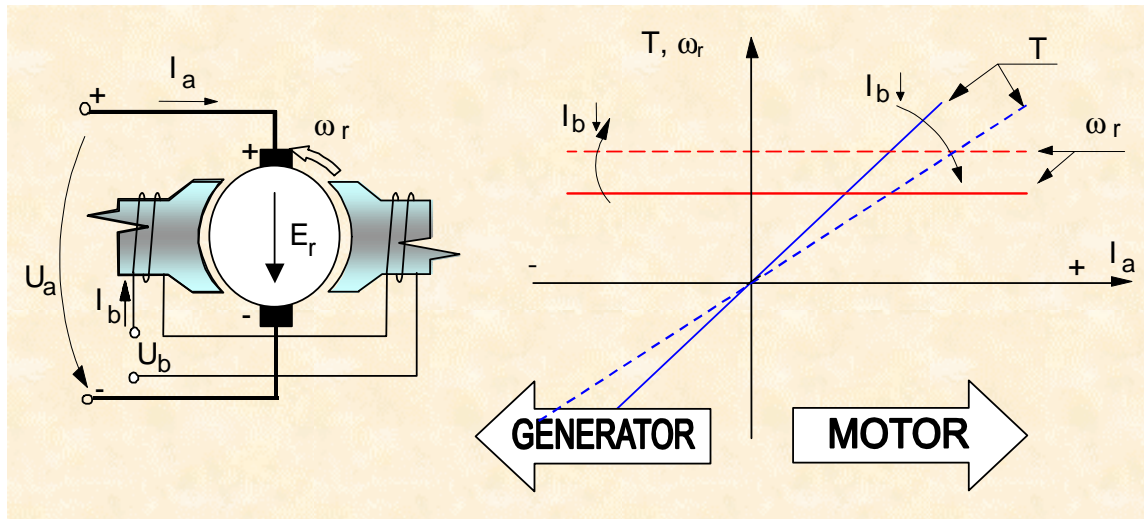
Figuur 3.4 toont het equivalent schema en de gecombineerde motor- en generator-karakteristieken ω_r en T in functie van de ankerstroom I_a . Als I_a positief is, werkt de machine als motor. Wordt de machine mechanisch aangedreven, is I_a negatief en werkt zij als generator.



figuur 3.4 *Symbolische voorstelling en karakteristieken van een permanent magneet bekrachtigde gelijkstroommachine*

3.3.1.2 Onafhankelijk bekrachtigde machine

De veldflux wordt in dit geval geleverd door de stroom I_b in de bekrachtigingswikkeling (figuur 3.5).



figuur 3.5 *Symbolische voorstelling en karakteristieken van een onafhankelijk bekrachtigde gelijkstroommachine*

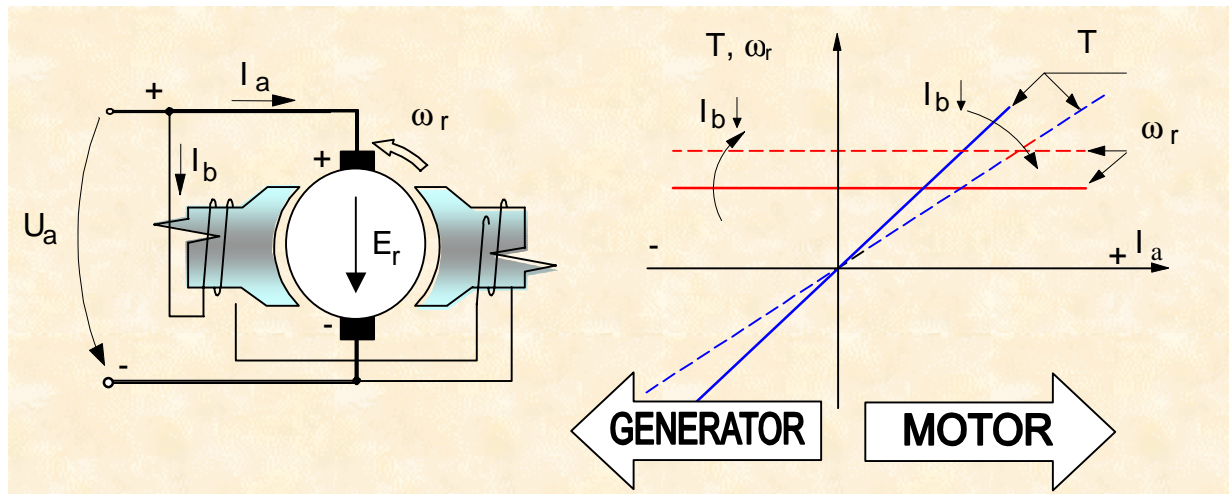
Voor een gegeven I_b en flux zijn de karakteristieken dezelfde als voor de permanent magneet machine. De karakteristieken kunnen gewijzigd worden door variatie van I_b (stippellijn in figuur 3.5). Een afname van I_b en de flux geeft aanleiding tot een daling van het koppel ($T = C\phi_b I_a$) en een stijging van ω_r ($E_r = C\phi_b \omega_r$), omdat $U_a = E_r$ constant is. De vergelijkingen voor deze machine herleiden zich tot:

$$U_a = E_r = G I_b \omega_r \quad (3.19)$$

$$T = G I_b I_a \quad (3.20)$$

3.3.1.3 Shunt-bekrachtiging

Bij deze schakeling worden de anker- en veldwikkeling parallel geplaatst over de klemspanning U_a (figuur 3.6):



figuur 3.6 *Symbolische voorstelling en karakteristieken van een gelijkstroommachine met shuntbekrachtiging*

De karakteristieken zijn dezelfde als deze van de onafhankelijk bekrachtigde machine (figuur 3.5). Een verandering van bekrachtigingsstroom I_b wordt bekomen door een regelweerstand in de bekrachtigingsketen op te nemen.

3.3.1.4 Serie-bekrachtiging

Anker- en veldwikkeling worden in serie geplaatst en worden doorlopen door dezelfde stroom (figuur 3.7):

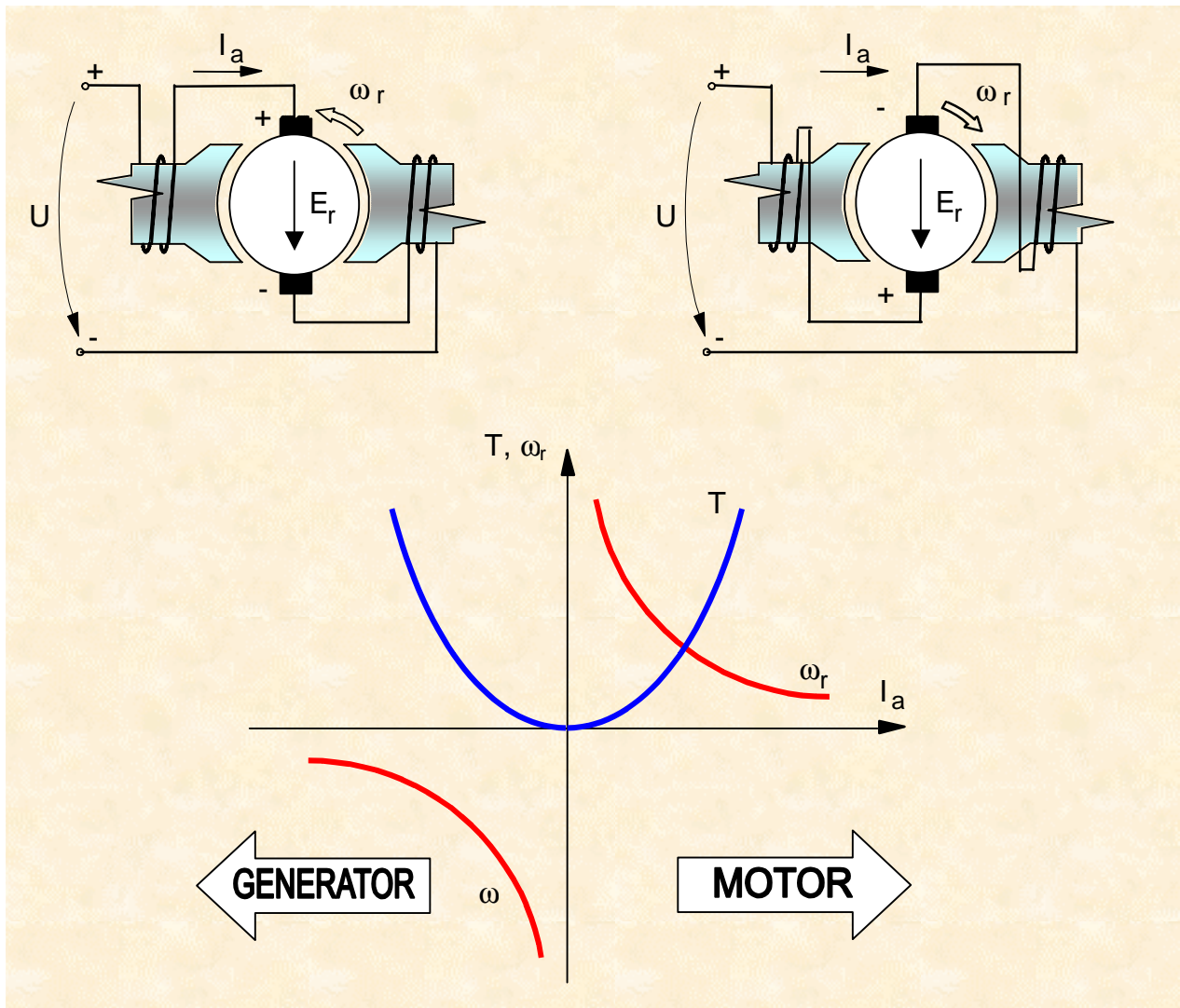
$$I = I_a = I_b \quad (3.21)$$

De vergelijkingen zijn:

$$U = E_r = GI\omega_r \quad (3.22)$$

$$T = GI^2 \quad (3.23)$$

Uit (3.22) volgt dat $I \cdot \omega_r$ constant is. Het toerental is omgekeerd evenredig met de stroom, vandaar de hyperbolische vorm in figuur 3.7.

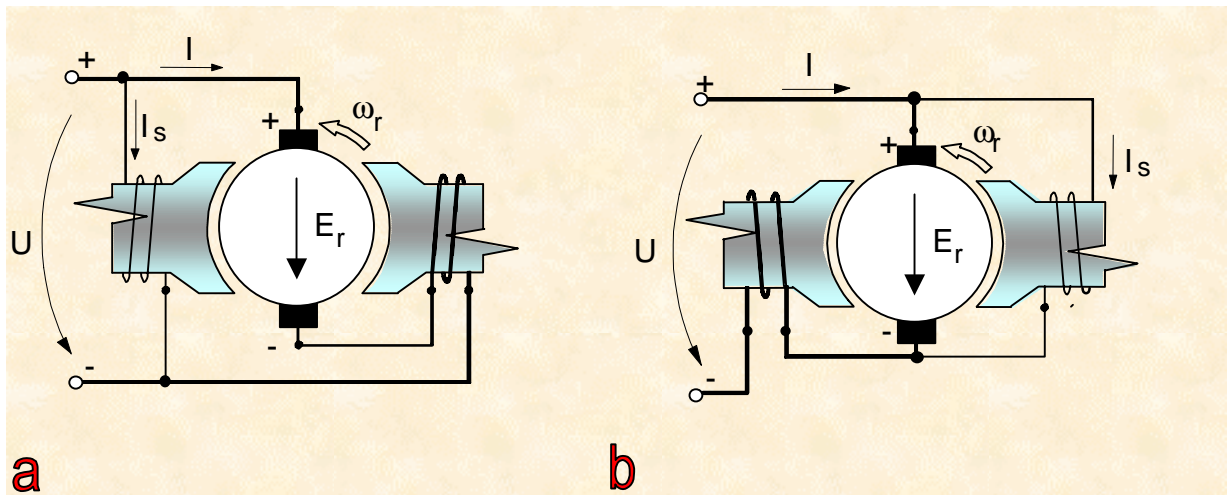


figuur 3.7 *Symbolische voorstelling van een gelijkstroommachine met seriebekrachtiging*

In de motormode vraagt een klein koppel T een kleine stroom I (en flux) en bijgevolg een hoge snelheid ω_r . Voor deze ideale machine impliceert een nullastwerking ($T = 0$) een oneindige snelheid. Dit noemt men het "op hol slaan" van de machine. Wil men omkeren van draaizin en als motor blijven werken, dan is men verplicht de relatieve schakeling van anker- en veldwikkeling om te wisselen.

3.3.1.5 Compound bekrachtiging

De compound machine bezit twee veldwikkelingen, de ene in shunt geschakeld, de andere in serie. In principe kan men twee varianten onderscheiden: Figuur 3.8a toont de "lange shuntschakeling", figuur 3.8b de "korte shuntschakeling". Deze machine bezit karakteristieken die gelegen zijn tussen deze van de serie- en de shuntbekrachtiging.



figuur 3.8 *Symbolische voorstelling van een compoundmachine met lange shunt (a) en met korte shunt (b)*

Het verschil tussen beide types is van weinig belang. Het lange shunttype leidt tot eenvoudigere berekeningen. Merk op dat als de beide wikkelingen mekaar "helpen" in de motormode, ze mekaar tegenwerken in de generatormode en omgekeerd. Deze werkwijzen noemt men respectievelijk "cumulatieve" en "differentiële" compound. De eerste wordt soms ook gewoon "compound" genoemd, de tweede "anti-compound". Dit machinetype was vroeger nodig om specifieke karakteristieken te bereiken voor speciale toepassingen. Door de moderne vermogenelektronica en digitale regeltechniek kunnen deze karakteristieken nu bekomen worden met de eenvoudigere onafhankelijk of permanente magneet bekrachtigde machines.

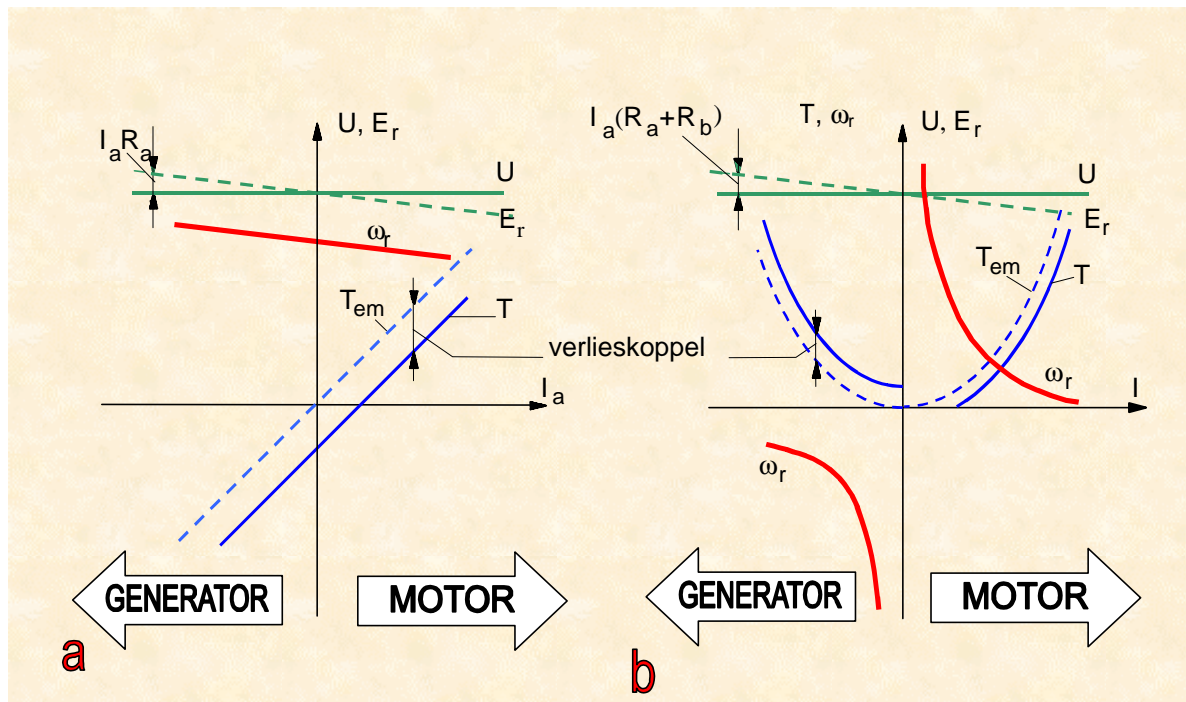
3.3.1.6 Principiële invloed van de gemaakte veronderstellingen

Reële gelijkstroommachines bezitten wikkelingsweerstand (anker- en veldweerstand, toevoerdraden). Er treden magnetische en mechanische verliezen op, verzadiging en verscheidene fenomenen die hun oorzaak vinden in de commutatie en de ankerreactie. De ankerweerstand R_a geeft aanleiding tot een spanningsval $R_a I_a$ waardoor E_r niet langer gelijk is aan U_a . Dit is voornamelijk in kleine machines van belang. De verzadiging van de magnetische keten, die nog in de hand wordt gewerkt door de ankerreactie, is er oorzaak van dat de veldflux niet meer evenredig is met de bekrachtigingsstroom I_b . Door de magnetische en mechanische verliezen wordt het vermogen aan de motoras verminderd, terwijl het door een aandrijfmachine aan een generator te leveren koppel moet worden vermeerderd.

De werkelijke machinekarakteristieken verschillen bijgevolg van de geïdealiseerde. In figuur 3.9 zijn de gewijzigde karakteristieken getekend voor een machine met nagenoeg constante snelheid (figuur 3.9a) en voor een machine met hyperbolisch snelheidsverloop (figuur 3.9b).

De permanent magneetmachine, de onafhankelijk bekrachtigde en de shunt-machine behoren tot de gelijkstroommachines met vrijwel constante snelheid. Ten gevolge van de spanningsval $I_a R_a$ heeft E_r een lineair dalend verloop (a), wat resulteert in een lineair dalend verloop voor de hoeksnelheid ω_r . De rechten voor E_r en ω_r zijn evenwijdig. De benaming constante snelheid wordt hier gebruikt omdat de snelheidsvariatie gering is.

Bij de serie-machine verloopt de hoeksnelheid nagenoeg hyperbolisch in functie van de ankerstroom (figuur 3.9b).



figuur 3.9 Karakteristieken van werkelijke machines

3.3.2 Stationair werkingpunt en statische stabiliteit

Het stationair werkingpunt van een machine is dat punt waarbij er evenwicht bestaat tussen het elektromechanisch machinekoppel en het mechanisch koppel. Dit werkingpunt wordt stabiel genoemd als een kleine verandering in snelheid wordt opgevangen door een versnellings- of vertragingkoppel, tot de oorspronkelijke toestand terug bereikt wordt.

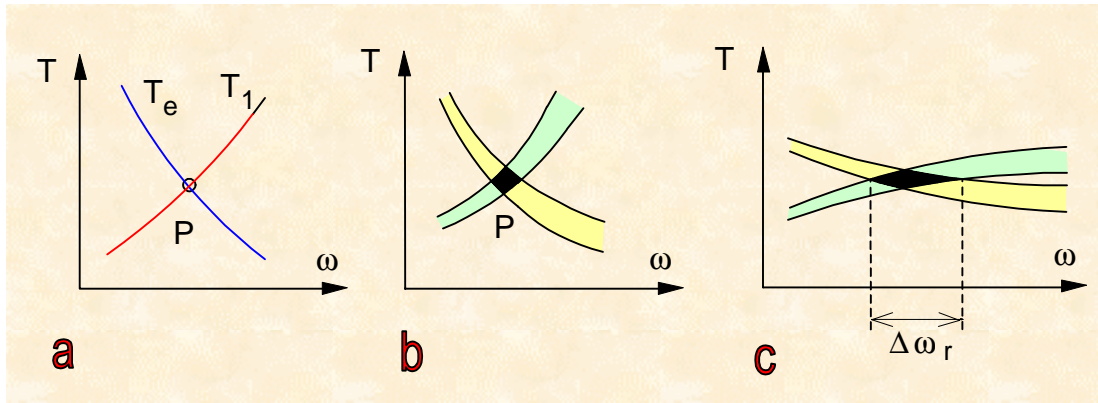
In hetgeen volgt staan T_e en T_l respectievelijk voor het elektro-mechanisch machinekoppel en het mechanisch of lastkoppel. Het werkingpunt is het snijpunt van de twee koppel-snelheidskarakteristieken ($T-\omega_r$).

3.3.2.1 Motormode

figuur 3.10a toont het werkingpunt P in het snijpunt van twee typische karakteristieken.

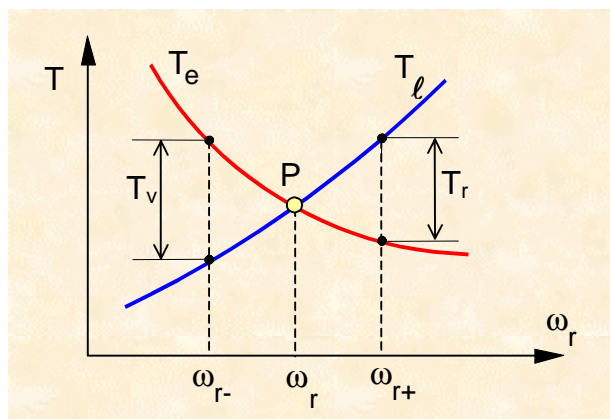
Voor de meeste mechanische belastingen stijgt het koppel met de snelheid:

$$\frac{dT_l}{d\omega_r} > 0 \tag{3.24}$$



figuur 3.10 *Stabiliteitsonderzoek van aandrijvingen*

Het punt P is het best gedefinieerd als de elektrische machine een dalende karakteristiek heeft: $dT_e/d\omega_r < 0$ en de beide karakteristieken elkaar snijden onder een ongeveer rechte hoek. In de praktijk zijn kleine variaties van onder andere voedende spanning, temperatuur en weerstanden onvermijdelijk, zodat P eerder een zone is dan een punt (figuur 3.10b). De machine is zeer gevoelig aan variaties als de curven mekaar onder kleine hoeken snijden. De snelheidsveranderingen $\Delta\omega_r$ worden vrij groot (figuur 3.10c). In figuur 3.11 is P een statisch stabiel werkingspunt.



figuur 3.11 *Statisch stabiel werkingspunt*

Onderstel dat de machine met de snelheid ω_r draait: de machine bevindt zich in punt P. Als door een of andere oorzaak de machine op een toerental ω_{r+} terecht komt, geldt ter hoogte van de verticale door ω_{r+} dat $T_\ell > T_e$ zodat er een remkoppel T_r ontstaat, waardoor de machine terug naar het punt P wordt gebracht. Omgekeerd, als de machine vertraagt (ω_{r-}) ontstaat er een versnellingskoppel T_v , waardoor de machine versnelt tot ω_r . Een algemene statische stabiliteitseis kan als volgt worden geformuleerd: de helling van de lastkoppel-snelheidscurve moet steeds groter zijn dan deze van de motorkoppel-snelheidscurve:

$$\frac{dT_\ell}{d\omega_r} > \frac{dT_e}{d\omega_r} \tag{3.25}$$

Is hieraan niet voldaan, dan is het werkingspunt niet statisch stabiel.

In figuur 3.12a worden drie geïdealiseerde koppel-toerental karakteristieken getoond voor een last:

- (0) constant koppel (vermogen lineair, hefbeweging bij kranen en liften) :

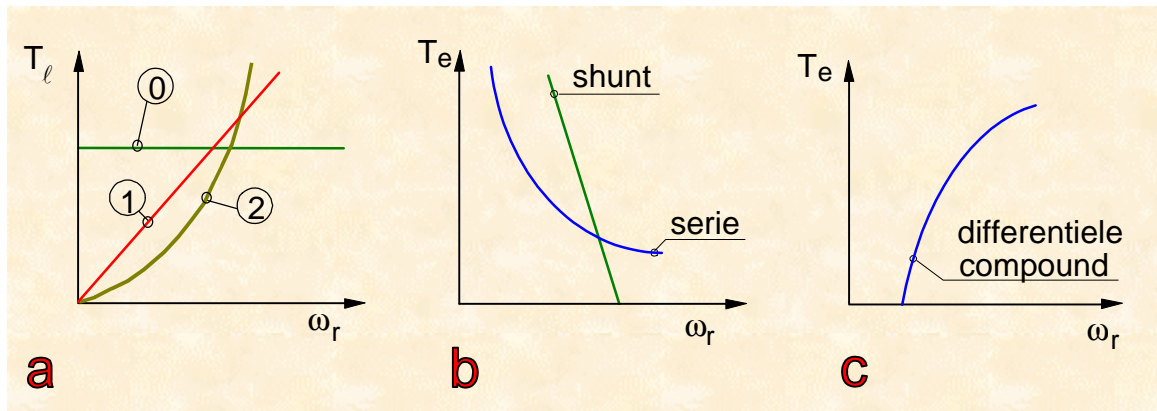
$$T_\ell = k; \quad P_\ell = k\omega_r$$

- (1) snelheidsevenredig koppel (vermogen kwadratisch, werktuigmachine):

$$T_\ell = k\omega_r; \quad P_\ell = k\omega_r^2$$

- (2) kwadratisch verlopend koppel (vermogen derde macht, ventilator- of pompkarakteristiek):

$$T_\ell = k\omega_r^2; \quad P_\ell = k\omega_r^3$$



figuur 3.12 Geïdealiseerde last- en motorkarakteristieken

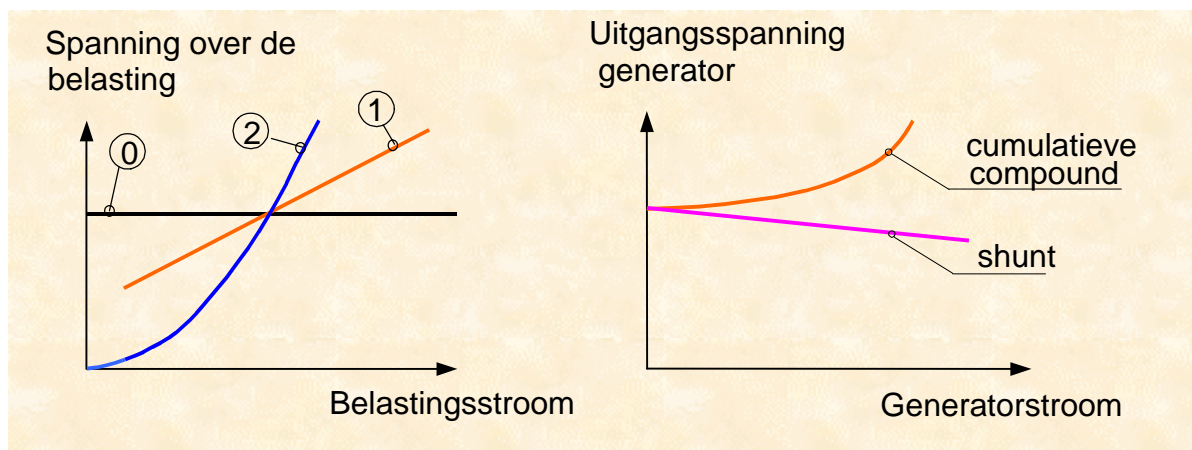
Een vergelijking met de curven van een shunt- en seriemotor (figuur 3.12b) toont dat stabiele werking mogelijk is voor elk van de drie lasttypes uit figuur 3.12a. De differentiële compoundmotor daarentegen (figuur 3.12c) kan aanleiding geven tot onstabiele werking.

3.3.2.2 Generatormode

In dit geval is de snelheid van de aandrijfmachine, die kan variëren, een beslissende factor. Zo men de snelheid constant houdt, kan men de uitgangsspanning U van de generator regelen door in te werken op de veldflux ($E_r = C \cdot \omega_r \cdot \phi$). De generatorstroom hangt af van de U-I belastingscurve van de elektrische belasting.

Drie voorbeelden van U-I lastkarakteristieken zijn voorgesteld in figuur 3.13a:

- (0) barenstel op constante spanning,
- (1) oplaadcurve voor een batterij
- (2) niet-lineaire weerstand waarvan de weerstandswaarde evenredig is met I^2 .



figuur 3.13 Geïdealiseerde last- en generatorkarakteristieken

Ook hier geldt dat de helling van de lastkarakteristiek groter moet zijn dan deze van de generatorkarakteristiek om een stabiele werking te verkrijgen:

$$\frac{dU_\ell}{dI_\ell} > \frac{dU_g}{dI_g} \quad (3.26)$$

Aan deze voorwaarde is meestal voldaan bij shunt- en compoundgeneratoren, bij seriegeneratoren is het stabiliteitsprobleem meer gecompliceerd.