

DEEL VI

Wisselstroommotoren

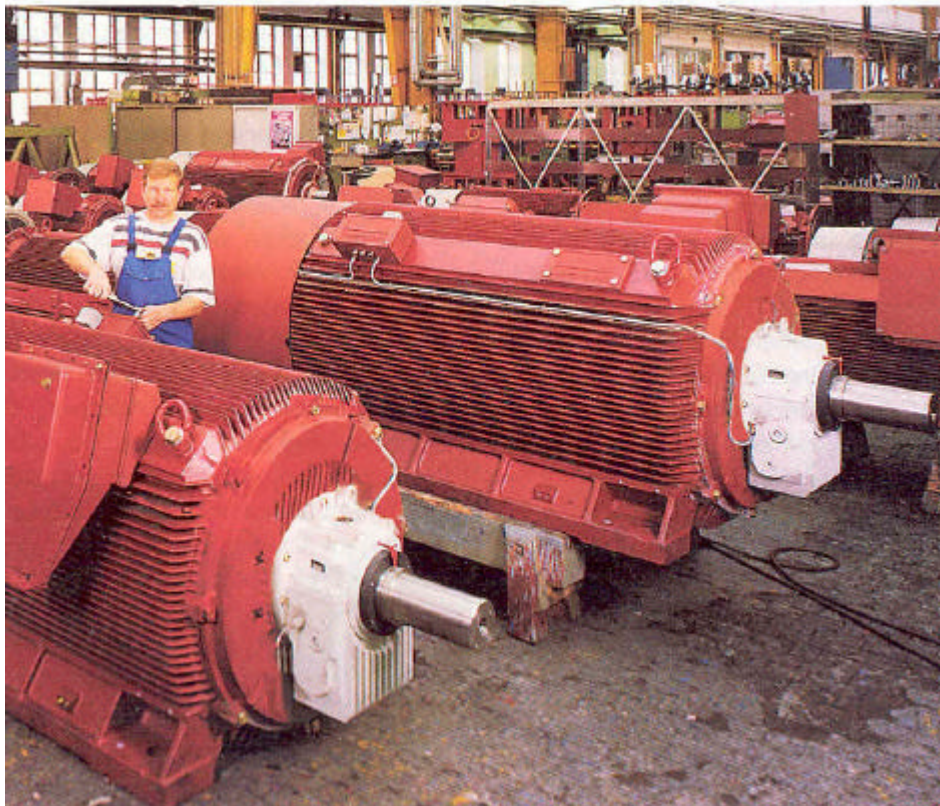


Foto Siemens

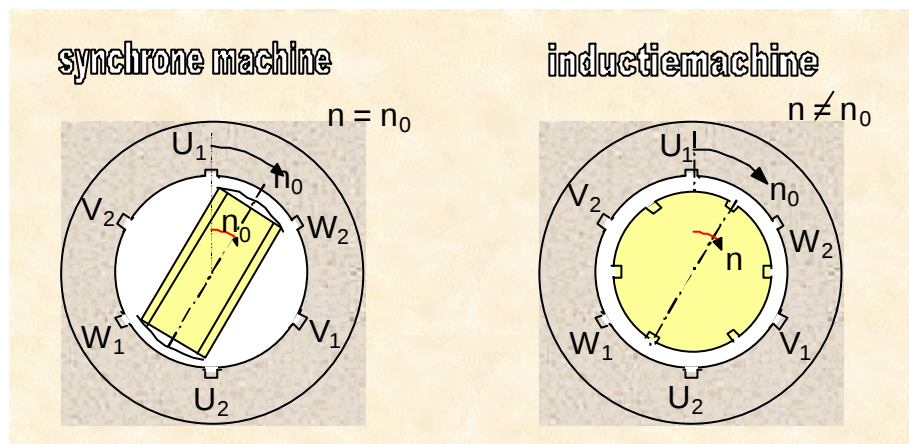
HOOFDSTUK 1

DRAAIVELDTHEORIE

1.1 Principe

In de luchtspleet van een wisselstroommachine wordt een draaiveld opgewekt. Algemeen gesteld is een draaiveld een veld dat zich in de loop van de tijd voortplant langs de omtrek van de machine. De omloopsnelheid van het draaiveld is n_0 , de synchrone snelheid. De snelheid van de rotor is n .

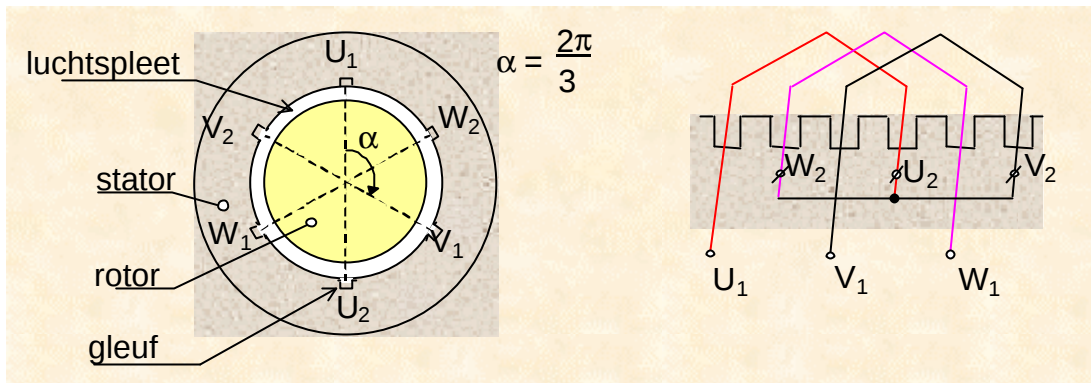
Driefasige machines hebben in de stator een driefasige wikkeling die zich in de gleuven van het blikpakket bevindt. Deze constructie wordt zowel bij inductiemotoren als bij synchrone machines gebruikt (figuur 1.1). Beide machinetypes hebben een verschillende rotor. De synchrone machine heeft in de rotor een wikkeling die gelijkstroom voert, of een permanent magneet systeem. Zij heeft een rotorveld, onafhankelijk van het feit of de stator al dan niet gevoed wordt. In de inductiemotor zijn de geleiders op de rotor normalerwijze kortgesloten. De rotorstromen ontstaan door inductie van spanning in de rotorleiders ten gevolge van het statorveld.



figuur 1.1 Driefasige machine: principiële uitvoering

1.2 Opbouw van de stator

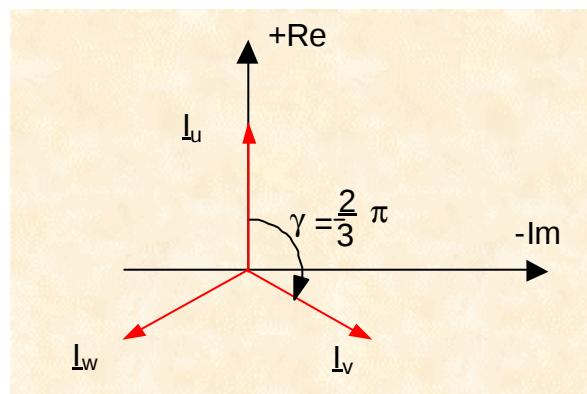
De magnetische keten bestaat uit cilindervormige blikplaten die loodrecht op de as van de machine staan. De dikte is ongeveer 0,5 mm en om wervelstromen zoveel mogelijk te vermijden zijn de blikplaten individueel van elkaar geïsoleerd. Aan de binnenzijde van de cilinder zijn gleuven geponst, waarin de wikkelingen liggen.



figuur 1.2 Basiselementen van een wisselstroommotor

Bij een driefasige machine, en zo zijn veruit de meesten, worden er drie spoelen aangebracht, die ruimtelijk over een hoek $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ ten opzichte van elkaar verschoven zijn (figuur 1.2). De drie spoelen worden gevoed met een driefasig spanningssysteem bestaande uit drie spanningen die eenzelfde amplitude hebben, maar die in de tijd een faseverschuiving hebben van (figuur 1.3):

$$\gamma = -\frac{2\pi}{3}$$



figuur 1.3 Driefasig spanningssysteem

Tot nu toe is alleen de zogenaamde tweepolige machine besproken, m.a.w. een machine met poolpaartal $p = 1$. Voor meerpulige machines wordt het geheel p -maal over de omtrek herhaald, zodat voor de ruimtelijke hoek α tussen twee wikkelingen geldt $\alpha = \frac{2\pi}{3p}$. De hoek α is de

mechanische hoek. Men zegt dat de mechanische hoek $\alpha = \frac{2\pi}{3p}$ overeenkomt met een elektrische

hoek $\beta = \frac{2\pi}{3}$. In een systeem met poolpaartal $p > 1$ zijn mechanische en elektrische hoeken niet

gelijk: π elektrische radialen komen overeen met $\frac{\pi}{p}$ mechanische radialen. Elektromagnetisch gezien

is elk punt in de machine dat zich op de plaats α bevindt equivalent met een punt $\frac{2\pi}{p}$ verder. De

poolsteek is mechanisch gezien $\frac{\pi}{p}$. Elektrisch gezien is hij steeds π . Met D de binnendiameter van de stator kan men de poolsteek ook uitdrukken in lengtemaat:

$$\tau_p = \frac{\pi D}{2p}$$

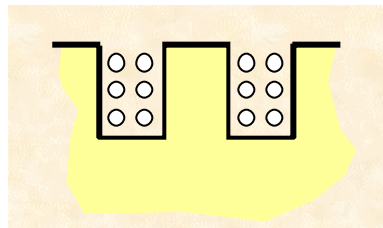
Verder definieert men m als het aantal fasen en q als het aantal gleuven per pool en per fase. Voor de eenvoudigst denkbare, driefasige machine ($p = 1$), ($q = 1$) en ($m = 3$), zijn 6 gleuven in de stator nodig (figuur 1.2).

Voor een machine met p poolparen en m fasen is het aantal gleuven op de statoromtrek N :

$$Z = (2p)mq \quad (1.1)$$

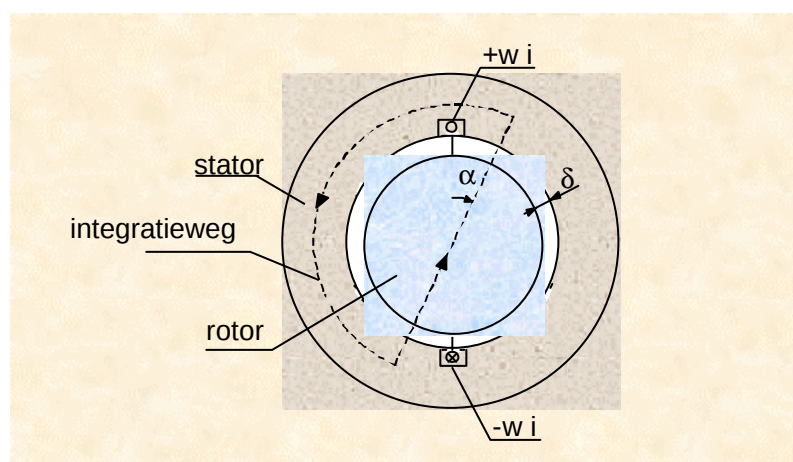
In de gleuven liggen meerdere geleiders (N_g geleiders; figuur 1.4). Deze worden meestal in serie geplaatst. Soms worden gedeelten van de wikkeling in parallel geschakeld: de wikkeling heeft dan a parallelle takken. Het aantal windingen per fase is dan

$$w = \frac{N_1 Z}{2ma} \quad (1.2)$$



figuur 1.4 *Geleiders in de gleuven*

1.3 Wisselveld

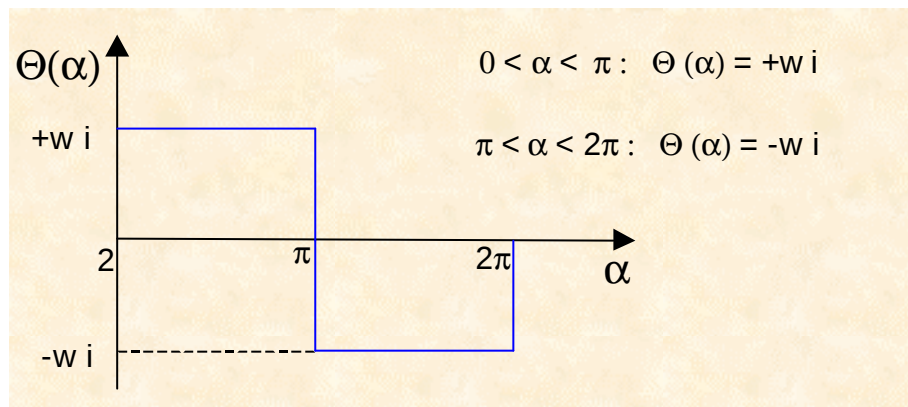


figuur 1.5 *Doorstromingswet (wet van Ampère) voor een fase*

Beschouw een tweepolige machine, waaruit men een spoel kiest met N windingen. Door deze spoel loopt een stroom i . In de bovenste gleuf ontstaat een doorstroming $\Theta = +N_g i$, in de onderste een doorstroming $\Theta = -N_g i$. Onderstel ijzer met oneindige permeabiliteit, zodat er geen m.m.k. nodig is om de flux door het ijzer te sturen. De doorstromingswet (wet van Ampère) toegepast op de kring aangegeven op figuur 1.5, is

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = H(\alpha)\delta + H(\alpha + \pi)(-\delta) = H(\alpha)2\delta = \Theta(\alpha) \quad (1.3)$$

$H(\alpha)$ en $\Theta(\alpha)$ stellen respectievelijk de veldsterkte en omsloten doorstroming voor op de plaats met hoekcoördinaat α . De lengte van de luchtspleet is δ . Op de diametraal ten opzichte van elkaar gelegen punten α en $\alpha + \pi$ is het veld gelijk in grootte en tegengesteld in richting. Hierbij is stilzwijgend aangenomen dat de doorstroming in de gleuf oneindig smal is. De omsloten doorstroming en magnetische veldsterkte in de luchtspleet hebben een blokvormig verloop (figuur 1.6).



figuur 1.6 Doorstroming in de luchtspleet

Voor de inductie geldt dan:

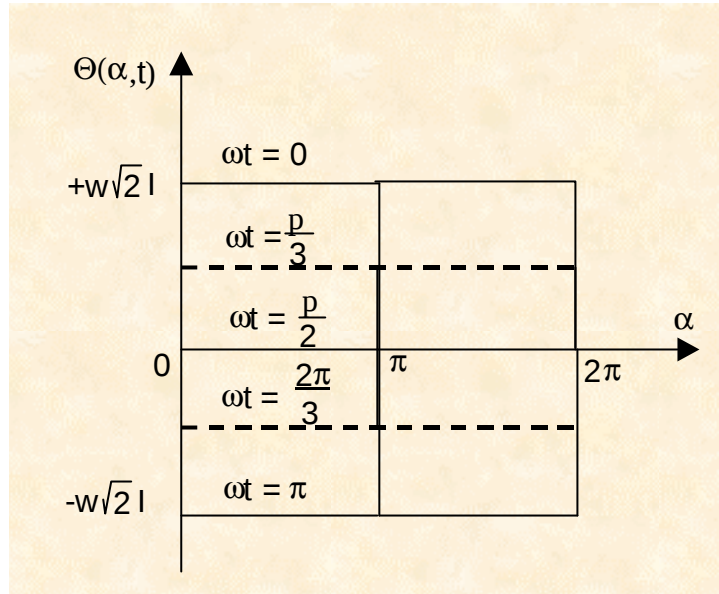
$$B(\alpha) = \mu_0 H(\alpha) = \mu_0 \frac{\Theta(\alpha)}{2\delta}$$

Indien de voedende stroom i een wisselstroom is:

$$i = I\sqrt{2} \cos \omega t \quad (1.4)$$

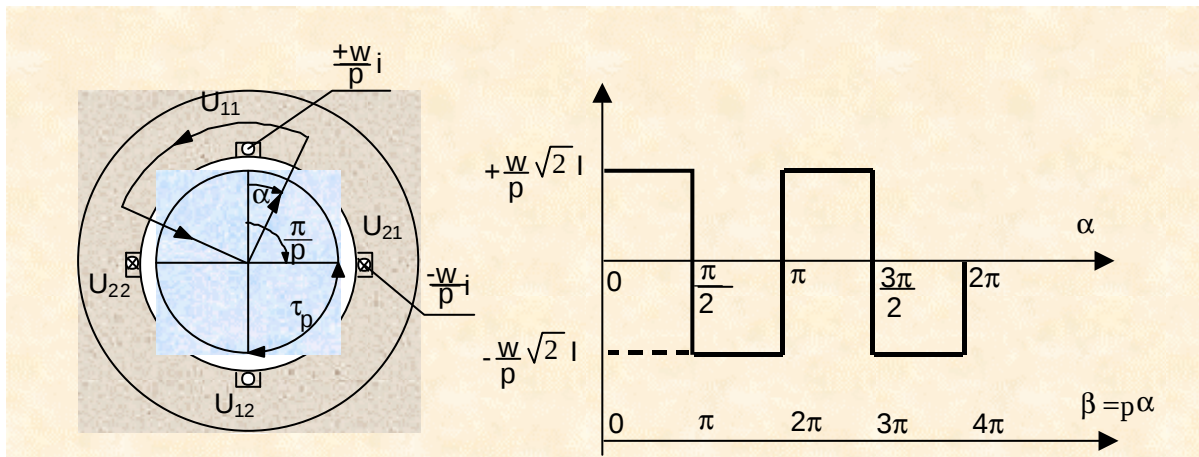
wordt de doorstroming:

$$\begin{aligned} 0 < \alpha < \pi & \quad \Theta(\alpha, t) = N\sqrt{2}I \cos \omega t \\ \pi < \alpha < 2\pi & \quad \Theta(\alpha, t) = -N\sqrt{2}I \cos \omega t \end{aligned} \quad (1.5)$$



figuur 1.7 Wisseldoorstroming in functie van de plaats voor verschillende tijdstippen

In de loop van de tijd gaat de blokvorm van positief maximum, over nul naar negatief maximum voor $0 < \alpha < \pi$, terwijl in het interval $\pi < \alpha < 2\pi$ het verloop gelijk, doch tegengesteld is (figuur 1.7). De nuldoorgangen van het veld blijven op dezelfde plaats. De grootte verandert periodisch, evenredig met de opwekkende stroom. Het gaat hier om een wisselveld, te vergelijken met een staande golf. Bij een meerpolige machine herhaalt alles zich p maal over de omtrek. Het aantal windingen N wordt over p poolparen verdeeld. Er zijn p positieve zones, p negatieve zones en $2p$ nuldoorgangen met een vaste plaats (figuur 1.8).



figuur 1.8 Meerpolige wisseldoorstroming

$$0 < \alpha < \frac{\pi}{p}$$

$$\Theta^w(\alpha, t) = \frac{N}{p} \sqrt{2} I \cos \omega t$$

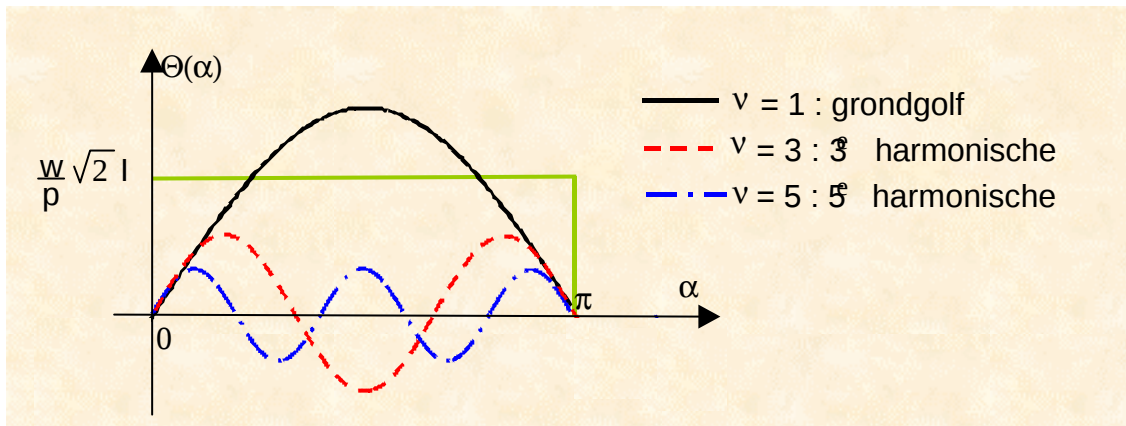
$$\frac{\pi}{p} < \alpha < \frac{2\pi}{p}$$

$$\Theta^w(\alpha, t) = -\frac{N}{p} \sqrt{2} I \cos \omega t \quad (1.6)$$

De index w duidt aan dat het hier om een doorstromingsverdeling van het wisselveld gaat.

Voor de wiskundige beschrijving van de ruimtelijke verdeling van deze doorstroming wordt de Fourier-analyse gebruikt. Daar het hier om een oneven functie van de hoekcoördinaat α gaat, komen alleen oneven harmonischen voor (v oneven) (figuur 1.9). Verder zijn de amplitudes omgekeerd evenredig met het ordegetal:

$$\Theta^w(\alpha, t) = \frac{N}{p} \sqrt{2I} \cos \omega t \sum_v \frac{\sin v p \alpha}{v} \quad (1.7)$$



figuur 1.9 Grondgolf, derde en vijfde harmonische van een wisselveld

Er ontstaan oneindig veel staande golven. De grondgolf ($v = 1$) is

$$\Theta^w(\alpha, t) = \frac{N}{p} \sqrt{2I} \cos \omega t \left(\frac{4}{\pi} \right) \sin \alpha p \quad (1.8)$$

en heeft als amplitude

$$\hat{\Theta}_1^w = \frac{w}{p} \sqrt{2I} \frac{4}{\pi} \quad (1.9)$$

De amplitudes van de hogere harmonischen zijn:

$$\hat{\Theta}_v^w = \frac{w}{p} \sqrt{2I} \frac{4}{\pi} \frac{1}{v} = \frac{\hat{\Theta}_1^w}{v} \quad (1.10)$$

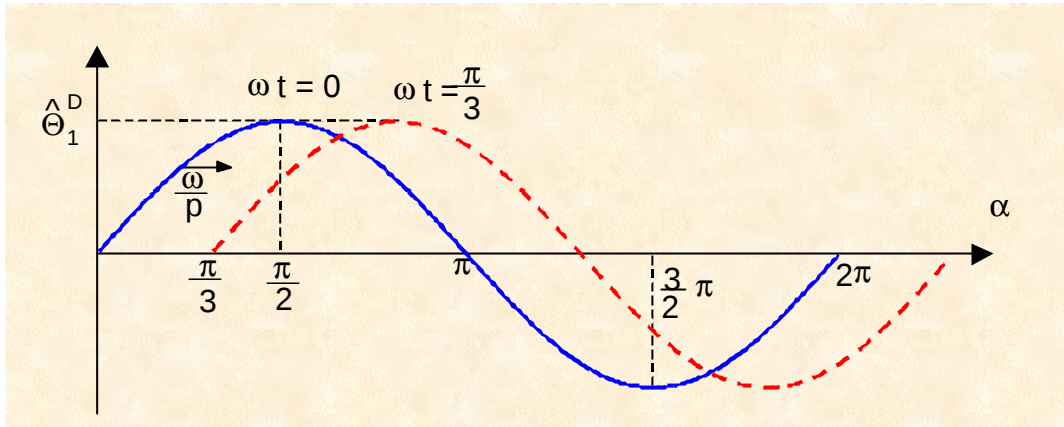
Deze zijn omgekeerd evenredig met het ordegetal. Ook dit zijn staande golven met $2pv$ nuldoorgangen over de omtrek.

1.4 Draaiveld

Het wisselveld heeft een veranderlijke amplitude en vaste nuldoorgangen en is te vergelijken met een staande golf. Het draaiveld daarentegen heeft een constante vorm en grootte en de fundamentele component is sinusoidaal over de omtrek verdeeld. Maxima en minima verplaatsen zich met

constante hoeksnelheid. Een draaiveld is te vergelijken met een lopende golf (figuur 1.10). De vergelijking voor een draaiveld met p poolparen en pulsatie ω is:

$$\Theta_1^D(\alpha, t) = \hat{\Theta}_1^D \sin(\alpha p - \omega t) \quad (1.11)$$



figuur 1.10 Grondgolf van het draaiveld in functie van de tijd

Voor een vast punt op de curve geldt

$$\alpha p - \omega t = \text{constante} \quad (1.12)$$

Daaruit volgt dat het draaiveld met een snelheid

$$\frac{da}{dt} = -\frac{\omega}{p} = -\Omega \quad (1.13)$$

voortbeweegt in positieve α richting. Dit noemt men een rechts- of meelopend draaiveld. Een doorstromingsverdeling van de vorm

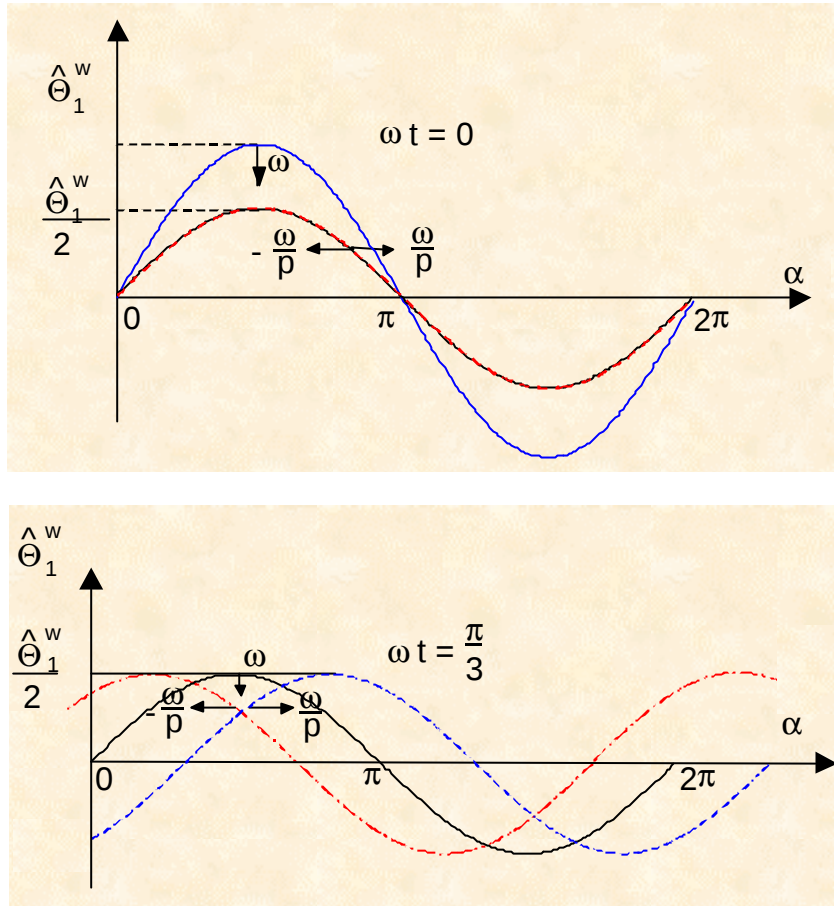
$$\Theta_1^D(\alpha, t) = \hat{\Theta}_1^D \sin(\alpha p + \omega t) \quad (1.14)$$

heeft als hoeksnelheid

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\frac{\omega}{p} = -\Omega \quad (1.15)$$

Zij loopt in negatieve α -richting en wordt links- of tegenlopend genoemd. Uit de golftheorie is bekend dat een staande golf geschreven kan worden als som van twee tegengesteld lopende golven met halve amplitude. Daaruit volgt dat een sinusvormige wisseldoorstroming ontbonden kan worden in twee sinusvormige draaidoorstromingen met halve amplitude en tegengestelde hoeksnelheid (figuur 1.11):

$$\Theta_1^w(\alpha, t) = \hat{\Theta}_1^w \cos \omega t \sin \alpha p = \frac{\hat{\Theta}_1^w}{2} \sin(\alpha p - \omega t) + \frac{\hat{\Theta}_1^w}{2} \sin(\alpha p + \omega t) \quad (1.16)$$



figuur 1.11 *Ontbinding van een wisselveld in twee tegengesteld draaiende draaivelden*

Hetzelfde kan gedaan worden voor de hogere harmonischen. Voor de spoel uit vorige paragraaf geldt:

$$\begin{aligned}
 \Theta_w(\alpha, t) &= \hat{\Theta}_1^w \cos \omega t \sum_v \frac{\sin v \alpha p}{v} \\
 &= \frac{\hat{\Theta}_1^w}{2} \sum_v \frac{\sin(v \alpha p - \omega t)}{v} + \frac{\hat{\Theta}_1^w}{2} \sum_v \frac{\sin(v \alpha p + \omega t)}{v}
 \end{aligned} \tag{1.17}$$

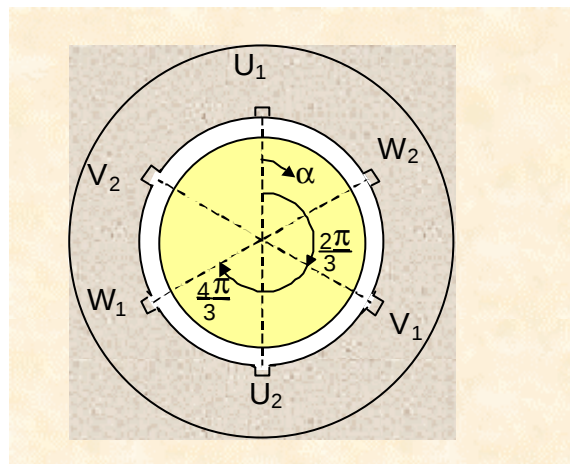
De hoeksnelheid van deze golven is:

$$\left(\frac{d\alpha}{dt} \right)_v = \frac{\omega}{pv} = \Omega_v \quad \text{rechts- of meelopend}$$

$$\left(\frac{d\alpha}{dt} \right)_v = -\frac{\omega}{pv} = -\Omega_v \quad \text{links- of tegenlopend}$$

De hoeksnelheid van de harmonischen is omgekeerd evenredig met het ordegetal v .

1.5 Driefasige wikkeling



figuur 1.12 Driefasige tweepolige wikkeling met een gleuf per pool en per fase

De eenvoudigste driefasige wikkeling bestaat uit drie gleufparen die elk $\alpha = \frac{2\pi}{3p}$ ten opzichte van mekaar verschoven zijn. Dit systeem wordt p maal over de omtrek herhaald. Voor $p = 1$ wordt dit voorgesteld in figuur 1.12. In een gleuf liggen $\frac{N}{p}$ geleiders. Deze spoelen worden gevoed met drie wisselstromen met dezelfde grootte en dezelfde frequentie. Zij hebben een onderlinge faseverschuiving in de tijd $\gamma = -\frac{2\pi}{3}$. Elke fase op zich levert een wisseldoorstroming, die bestaat uit een oneindig aantal harmonischen:

$$\begin{aligned}\Theta_u^w &= \hat{\Theta}_1^w \cos \omega t \sum_v \frac{\sin v \alpha p}{v} \\ &= \frac{\hat{\Theta}_1^w}{2} \left[\sum_v \frac{\sin (v \alpha p - \omega t)}{v} + \sum_v \frac{\sin (v \alpha p + \omega t)}{v} \right] \\ \Theta_v^w &= \hat{\Theta}_1^w \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \sum_v \frac{\sin v p \left(\alpha - \frac{2\pi}{3p} \right)}{v} \\ &= \frac{\hat{\Theta}_1^w}{2} \left[\sum_v \frac{\sin \left(v \alpha p - \omega t - (v-1) \frac{2\pi}{3} \right)}{v} + \sum_v \frac{\sin \left(v \alpha p + \omega t - (v+1) \frac{2\pi}{3} \right)}{v} \right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Theta_w^w &= \hat{\Theta}_1^w \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \sum_v \frac{\sin v p \left(\alpha - \frac{4\pi}{3p}\right)}{v} \\
&= \frac{\hat{\Theta}_1^w}{2} \left[\sum_v \frac{\sin\left(v \alpha p - \omega t - (v-1)\frac{4\pi}{3}\right)}{v} + \sum_v \frac{\sin\left(v \alpha p + \omega t - (v+1)\frac{4\pi}{3}\right)}{v} \right] \quad (1.18)
\end{aligned}$$

Superpositie van deze wisseldoorstromingen levert de resulterende doorstroming:

$$\Theta(\alpha, t) = \Theta_u^w(\alpha, t) + \Theta_v^w(\alpha, t) + \Theta_w^w(\alpha, t) \quad (1.19)$$

Nu is:

$$\begin{aligned}
&\sin x + \sin\left(x - n \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x - n \frac{4\pi}{3}\right) \\
&= 0 \quad \text{als } n \text{ niet deelbaar is door } 3; \\
&= 3 \sin x \quad \text{als } n \text{ deelbaar is door } 3.
\end{aligned}$$

Vermits v enkel oneven getallen zijn, vindt men een rechtslopend draaiveld als

$$v - 1 = 6g$$

of

$$v = 6g + 1 \quad (g \in \mathbb{N})$$

Men vindt een linkslopend draaiveld als:

$$v + 1 = 6g$$

of

$$v = 6g - 1 \quad (g \in \mathbb{N}_0)$$

De totale doorstroming wordt

$$\Theta(\alpha, t) = \frac{3}{2} \hat{\Theta}_1^w \left\{ \sum_{g=0}^{\infty} \frac{\sin[(6g+1)\alpha p - \omega t]}{6g+1} + \sum_{g=1}^{\infty} \frac{\sin[(6g-1)\alpha p + \omega t]}{6g-1} \right\}$$

De schrijfwijze wordt nog een stuk eenvoudiger als men negatieve waarden voor g invoert en de tweede som laat lopen van $-\infty$ tot -1 :

$$\Theta^D(\alpha, t) = \frac{3}{2} \Theta_1^w \sum_{v=-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(v\alpha p - \omega t)}{v} \quad (1.20)$$

met $v = 6g + 1$ $g \in \mathbb{Z}$

Het gaat hier om een superpositie van draaivelden, met ordegetallen voor de harmonischen:

1, 7, 13, 19, ... meelopend

-5, -11, -17, ... tegenlopend

De amplitude van de grondgolf is:

$$\hat{\Theta}_1^D = \frac{3}{2} \hat{\Theta}_1^w = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N}{p} \sqrt{2} I \quad (1.21)$$

De amplitude van de harmonischen is:

$$\hat{\Theta}_v^D = \frac{\hat{\Theta}_1^D}{v} \quad (1.22)$$

De hoeksnelheid van de grondgolf is:

$$\left(\frac{d\alpha}{dt} \right)_1 = \frac{\omega}{p} = \Omega_1 \quad (1.23)$$

De hoeksnelheid van de harmonischen is omgekeerd evenredig met hun ordegetal:

$$\left(\frac{d\alpha}{dt} \right)_v = \frac{\omega}{pv} = \frac{\Omega_1}{v} \quad (1.24)$$

Men kan de hoeksnelheid van het resulterende draaiveld omkeren door de fasevolgorde van de voedende wisselstromen te wijzigen. Dit heeft tot gevolg dat de rotor van een driefasige machine in de andere zin draait. Praktisch kan men dit verwezenlijken door twee klemmen van het voedende driefasig systeem te verwisselen. In tabel 1.1 is de hoeksnelheid van het draaiveld in toeren per minuut voor verschillende poolpaartallen gegeven.

tabel 1.1 *Toerental van draaiveld voor verschillende poolparen bij 50 en 60 Hz*

p	50 Hz	60 Hz
1	3000	3600
2	1500	1800
3	1000	1200
4	750	900
5	600	720

6	500	600
---	-----	-----

De draaidoorstroming kan ook grafisch voorgesteld worden. Met

$$\hat{\Theta}_g = \sqrt{2} I \frac{N}{p}$$

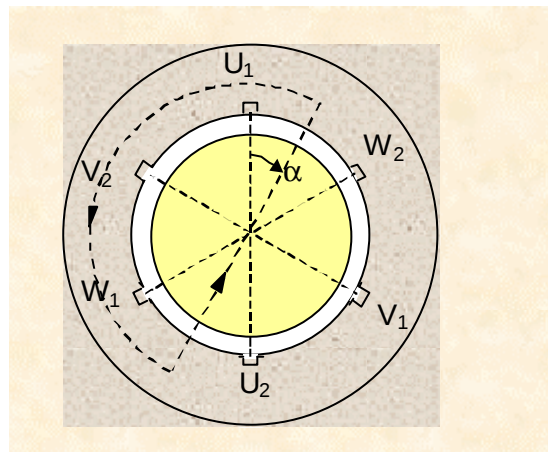
wordt

$$\Theta_u = \hat{\Theta}_g \cos \omega t$$

$$\Theta_v = \hat{\Theta}_g \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3})$$

$$\Theta_w = \hat{\Theta}_g \cos(\omega t - \frac{4\pi}{3})$$

Eerst worden de gleufdoorstromingen voor verschillende tijdstippen bepaald. Deze grootte wordt schematisch over de omtrek getekend. De lijnintegraal geeft de omsloten doorstroming in functie van de hoek (figuur 1.13).

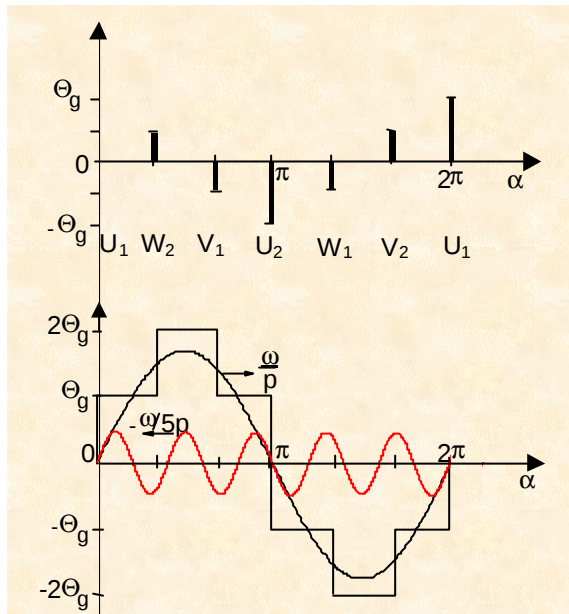


figuur 1.13 Doorstromingswet

De globale doorstroming verloopt trapvormig en is constant tussen de gleuven. Ter hoogte van de oneindig smal onderstelde gleuven, verspringt ze telkens met de dubbele waarde van de doorstroming (figuur 1.14).

De grondgolf loopt met de hoeksnelheid $\frac{\omega}{p}$ naar rechts, terwijl de harmonischen met negatieve en positieve v -waarden respectievelijk naar links en naar rechts lopen met een snelheid $\frac{\omega}{vp}$. De amplitudes van de grondgolf en de harmonischen zijn constant. De vorm van de totale doorstroming verandert tussen de beide extreme waarden op $\omega t = 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}$ periodisch. De vormverandering van

de globale doorstroming komt tot stand door de verschillende hoeksnelheden en de verschillende draairichting van de harmonischen.

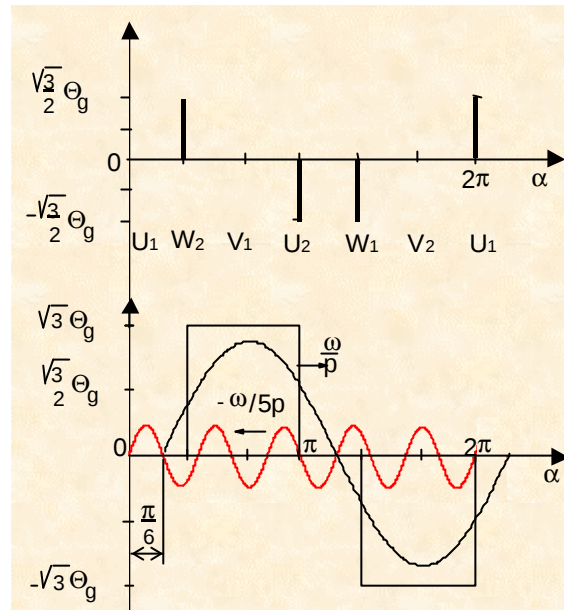


$$\omega t = 0$$

$$\Theta_{U_1} = \Theta_g$$

$$\Theta_{V_1} = -\frac{\Theta_g}{2}$$

$$\Theta_{W_1} = -\frac{\Theta_g}{2}$$

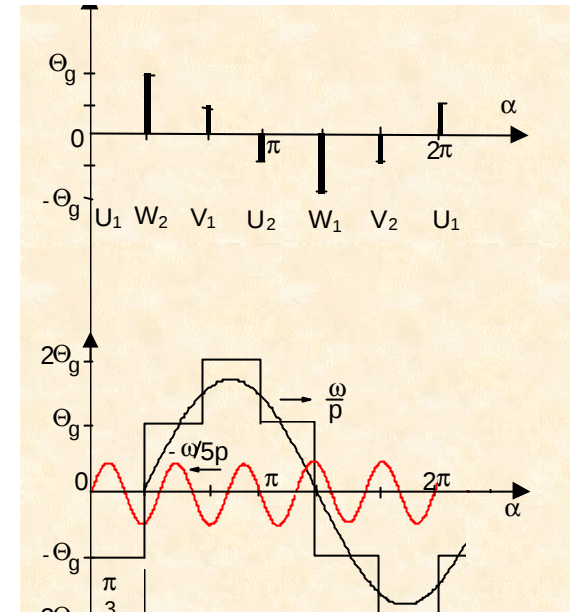


$$\omega t = \frac{\pi}{6}$$

$$\Theta_{U_1} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Theta_g$$

$$\Theta_{V_1} = 0$$

$$\Theta_{W_1} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Theta_g$$



$$\omega t = \frac{\pi}{3}$$

$$\Theta_{U_1} = \frac{\Theta_g}{2}$$

$$\Theta_{V_1} = \frac{\Theta_g}{2}$$

$$\Theta_{W_1} = -\Theta_g$$

figuur 1.14 Opbouw van het draaiveld in functie van de tijd

1.6 Wikkelfactor

Bij een draaistroomwikkeling, waarbij de $\frac{N}{p}$ windingen per pool en per fase in slechts een gleufpaar ondergebracht zijn, is:

$$q = \frac{Z}{2pm} = 1 \quad (1.25)$$

De amplitudes van de harmonischen zijn omgekeerd evenredig met het ordegetal:

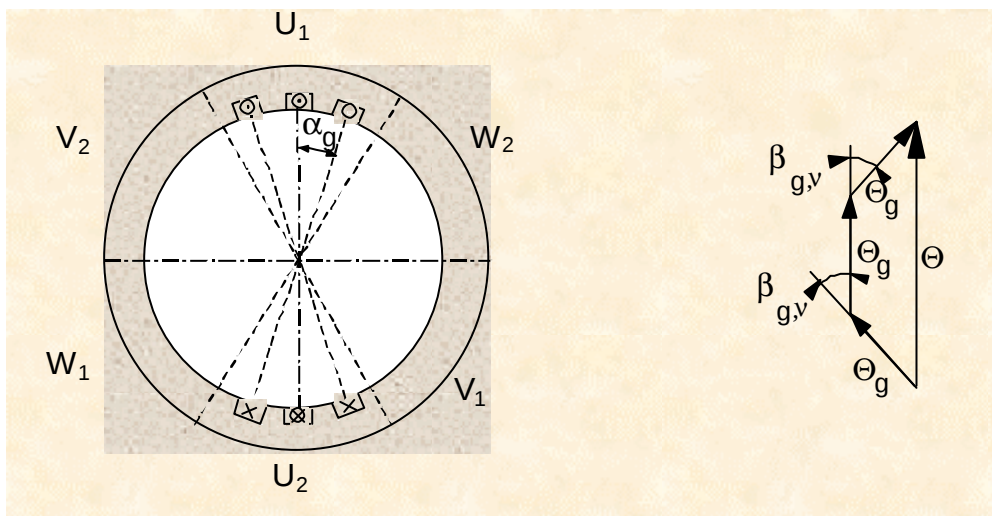
$$\hat{\Theta}_v^D = \frac{\hat{\Theta}_1^D}{v} \quad (1.26)$$

Voor de productie van het koppel in een driefasige machine heeft men alleen behoefte aan het grondveld. De harmonischen zorgen enkel voor problemen (ongewenste, trillende koppels; geluid; bijkomende verliezen, ...). Daarom wordt de wikkeling niet zo eenvoudig uitgevoerd. Door een gepaste verdeling van de doorstroming over de omtrek, wordt getracht de harmonischen te onderdrukken zonder dat de grondgolf sterk beïnvloed wordt. Daarom verdeelt men de wikkeling voor een pool en een fase over meerdere gleuven:

$$q = \frac{Z}{2pm} = 2, 3, 4, \dots \quad (1.27)$$

Men gebruikt ook spoelen waarvan de heen- en teruggaande zijde niet exact $\frac{\pi}{p}$ van mekaar verwijderd zijn, maar een kleinere hoek insluiten. Dit laatste noemt men spoelverkorting.

1.6.1 Verdeelde wikkeling - zonefactor



figuur 1.15 Drie gleuven per fase

De $\frac{N}{p}$ wikkelingen van een pool en een fase worden over q gleuven verdeeld (figuur 1.15). Deze $\frac{N}{pq}$ geleiders per gleuf leveren een draaidoorstroming van de vorm

$$\Theta_g^D(\alpha, t) = \frac{N}{pq} \sqrt{2I} \frac{4}{\pi} \frac{3}{2} \sum_{v=-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(v\alpha p - \omega t)}{v} \quad (1.28)$$

Deze gleufdoorstromingen zijn ruimtelijk over een hoek

$$\alpha_g = \frac{2\pi}{Z} = \frac{2\pi}{2mpq} = \frac{\pi}{mpq} \quad (1.29)$$

verschoven, wat overeenkomt met een elektrische hoek

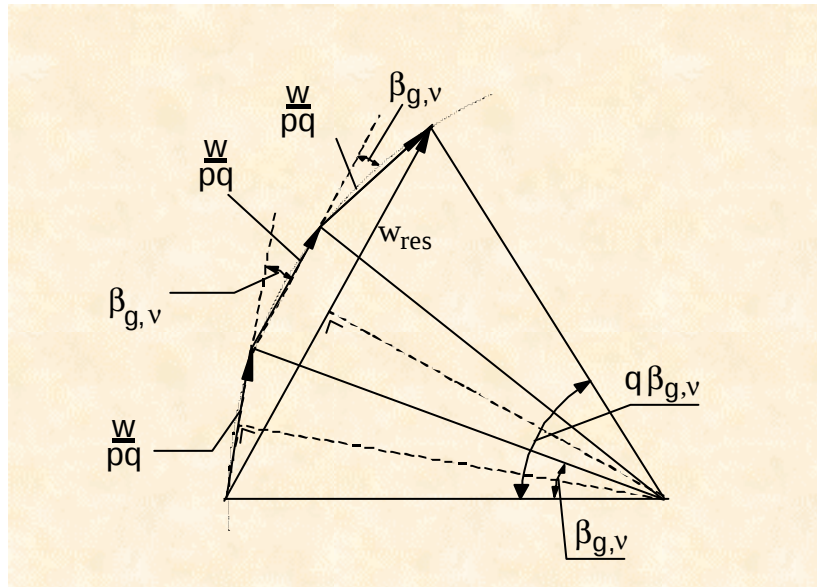
$$\beta_g = p\alpha_g = \frac{\pi}{mq} \quad (1.30)$$

Voor de hogere harmonischen dient deze nog met het ordegetal vermenigvuldigd te worden

$$\beta_{g,v} = v\beta_g$$

De resulterende doorstroming bekomt men door de geometrische som van de verschillende gleufdoorstromingen. De resultante werkt volgens de as van de fase, doch is kleiner dan de scalaire som (figuur 1.16):

$$\Theta^D(\alpha, t) < q\Theta_g^D(\alpha, t) \quad (1.31)$$



figuur 1.16 Resulterende doorstroming van drie gleuven

Deze verlaging wordt uitgedrukt door invoering van een resulterend aantal windingen N_{res} van een fase uitgaande van de geometrische som van de q deelwindingen $\frac{N}{pq}$. De hoekpunten zijn allemaal over een hoek β_{gv} verschoven en vormen een figuur die een cirkelboog met openingshoek $q\beta_{gv}$ insluit. De straal van de cirkel is:

$$r = \frac{\frac{1}{2} \frac{N}{pq}}{\sin\left(\frac{\beta_{g,v}}{2}\right)} \quad (1.32)$$

De koorde van de cirkelboog heeft als lengte:

$$\frac{N_{res}}{2} = r \sin\left(\frac{q\beta_{g,v}}{2}\right) \quad (1.33)$$

Daaruit volgt het resulterend aantal windingen:

$$N_{res} = 2 \frac{\frac{1}{2} \frac{N}{pq}}{\sin\left(\frac{\beta_{g,v}}{2}\right)} \sin\left(\frac{q\beta_{g,v}}{2}\right) = \frac{N}{p} \frac{\sin\left(\frac{q\beta_{g,v}}{2}\right)}{q \sin\left(\frac{\beta_{g,v}}{2}\right)} \quad (1.34)$$

De verhouding

$$\frac{N_{res}}{\frac{N}{p}} = \frac{\sin\left(\frac{q\beta_{g,v}}{2}\right)}{q \sin\left(\frac{\beta_{g,v}}{2}\right)} = \xi_{zv} \quad (1.35)$$

wordt de zonefactor voor de v -de harmonische genoemd.

Voor een driefasige wikkeling is

$$\beta_{g,v} = \frac{\pi}{3q} v \quad (1.36)$$

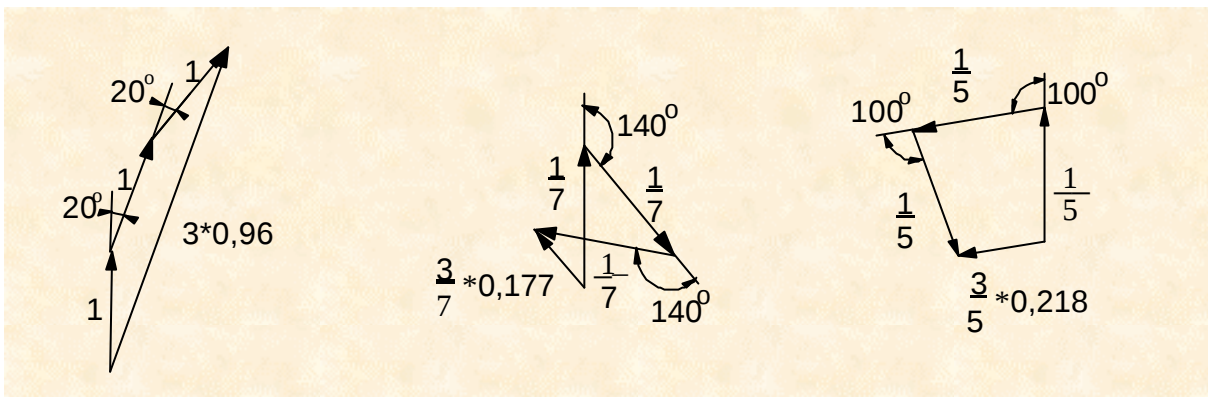
zodat

$$\xi_{zv} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{6} v\right)}{q \sin\left(\frac{\pi}{6q} v\right)} \quad (1.37)$$

De werking van de verdeling van de wikkeling over de zone kan als volgt uitgelegd worden. De doorstromingen van de grondgolf liggen geometrisch praktisch in mekaars verlengde en worden opgeteld, terwijl deze van de harmonischen mekaar quasi opheffen. Neemt men als voorbeeld een wikkeling met $q = 3$ (figuur 1.17, tabel 1.2).

Tabel 1.2 *Elektrische hoeken en zonefactoren bij $q = 3$*

$v = 1$	$v = 7$	$v = -5$
$\beta_{g,1} = 20^\circ$	$\beta_{g,7} = 140^\circ$	$\beta_{g,-5} = -100^\circ$
$\xi_{z1} = 0,96$	$\xi_{z7} = -0,177$	$\xi_{z-5} = 0,218$



figuur 1.17 *Werking van de verdeling van de wikkeling over drie gleuven*

Bij toenemend aantal gleuven per pool en per fase daalt de zonefactor van de grondgolf slechts lichtjes, terwijl de harmonischen sterk onderdrukt worden (tabel 1.3).

Tabel 1.3 *Zonefactor voor de verschillende harmonischen in functie van het aantal gleuven*

v \ q	1	2	3	4	...	∞
1	1	0,966	0,960	0,958	...	0,955
-5	1	0,259	0,218	0,205	...	0,191
7	1	-0,259	-0,177	-0,158	...	-0,136
-11	1	-0,966	-0,177	-0,126	...	-0,087
13	1	-0,966	0,218	0,126	...	0,073
-17	1	-0,259	0,960	0,158	...	0,056
19	1	0,259	0,960	0,205	...	-0,050

Merk op dat bepaalde harmonischen een zonefactor hebben die gelijk is aan deze van de grondgolf, met name als

$$v = nZ + 1 \quad (n \in Z_0) \quad (1.38)$$

Deze harmonischen worden dus niet onderdrukt door de wikkelconfiguratie. Het zijn de gleufharmonischen. Hoe meer gleuven per pool en per fase men neemt, hoe hoger het ordegetal van de gleufharmonischen wordt en bijgevolg des te lager hun amplitude.

1.6.2 Verschuivingsfactor - spoelverkorting

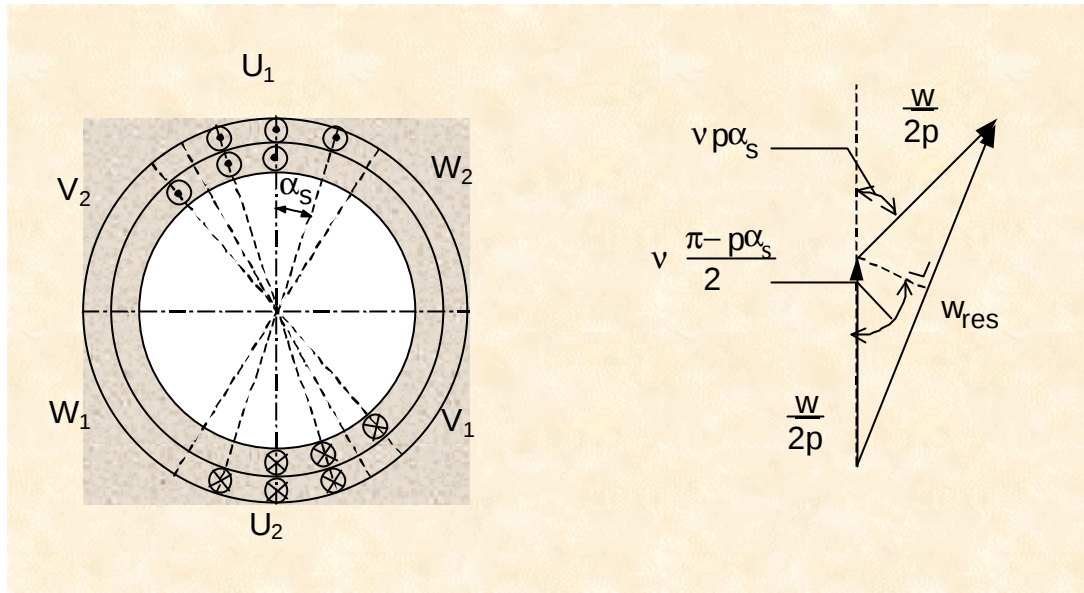
Hier wordt de wikkeling niet meer met diameterspoelen (dit zijn spoelen met een spoelbreedte van $\frac{\pi}{p}$), maar met verkorte spoelen uitgevoerd. De heengaande en terugkerende geleiders bevinden zich

niet meer op een afstand τ_p , doch op een afstand $s < \tau_p$. De verhouding $\frac{s}{\tau_p}$ moet natuurlijk

overeenkomen met de gleuven. In de praktijk wordt de wikkeling als tweelaagswikkeling uitgevoerd. De heengeleider ligt in de onderste laag, terwijl de teruggeleider in de bovenste laag ligt. Men heeft twee wikkelingssystemen met de helft van het aantal windingen die ten opzichte van elkaar over een mechanische hoek

$$\alpha_s = \left(1 - \frac{s}{\tau_p}\right) \frac{\pi}{p} \quad (1.39)$$

verschoven zijn (figuur 1.18).



figuur 1.18 Tweelaagswikkeling: doorstroming van de fase U

Voor de grondgolf komt dit overeen met een elektrische hoek $p\alpha_s$, voor de harmonischen is dit $pv\alpha_s$. Het resulterend aantal windingen volgt weer uit een geometrische som:

$$N_{\text{res}} = \frac{N}{2p} 2 \sin \left[v \left(\frac{\pi - p\alpha_s}{2} \right) \right] = \frac{N}{p} \sin \left[v \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{s}{\tau_p} \right) \right) \right] = \frac{N}{p} \sin \left(v \frac{\pi}{2} \frac{s}{\tau_p} \right) \quad (1.40)$$

De verhouding

$$\xi_{sv} = \frac{N_{\text{res}}}{\frac{N}{p}} = \sin \left(v \frac{\pi}{2} \frac{s}{\tau_p} \right) \quad (1.41)$$

wordt de verschuivingsfactor genoemd.

De werking van de spoelverkorting bestaat hierin dat door een gepaste keuze van de verhouding $\frac{s}{\tau_p}$ speciaal de vijfde en de zevende harmonische van de bovenlaag en de onderlaag mekaar opheffen, zodat zij naar buiten toe verdwijnen, bijvoorbeeld

$$\frac{s}{\tau_p} = \frac{4}{5} \quad \xi_{s5} = 0 \quad \xi_{s7} = \dots$$

$$\frac{s}{\tau_p} = \frac{6}{7} \quad \xi_{s7} = 0 \quad \xi_{s5} = \dots$$

Vaak wordt een tussenliggende waarde $\frac{s}{\tau_p} = \frac{5}{6}$ gekozen, waardoor beide harmonischen onderdrukt worden. Dan geldt

$$\xi_{s1} = 0,966 \quad \xi_{s5} = 0,259 \quad \xi_{s7} = 0,259$$

1.6.3 Resultierend veld - Wikkelfactor

Het product van de verschuivingsfactor en de zonefactor noemt men de wikkelfactor van een harmonische:

$$\xi_v = \xi_{sv} \xi_{zv} \quad (1.42)$$

De resulterende draaistroomdoorstroming voor een wikkeling met q spoelen per pool en per fase en spoelverkorting is:

$$\Theta^D(\alpha, t) = \frac{N}{p} \sqrt{2} I \frac{4}{\pi} \frac{3}{2} \sum_v \frac{\xi_v}{v} \sin(vp\alpha - \omega t) \quad (1.43)$$

Uit deze doorstroming vindt men de inductie, bij verwaarlozing van de m.m.k. die nodig is om de flux door het ijzer te krijgen:

$$B(\alpha, t) = \frac{\mu_0}{2\delta} \Theta^D(\alpha, t) = \frac{\mu_0}{2\delta} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N}{p} \sqrt{2} I \sum_v \frac{\xi_v}{v} \sin(vp\alpha - \omega t) \quad (1.44)$$

Voor de grondgolf geldt:

$$B_1(\alpha, t) = \hat{B}_1 \sin(p\alpha - \omega t) \quad (1.45)$$

met amplitude

$$\hat{B}_1 = \frac{\mu_0}{2\delta} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N \xi_1}{p} \sqrt{2} I \quad (1.46)$$

en hoeksnelheid

$$\Omega_1 = \frac{\omega}{p} \quad (1.47)$$

Voor de harmonischen geldt

$$B_v(\alpha, t) = \hat{B}_v \sin(vp\alpha - \omega t) \quad (1.48)$$

met amplitude

$$\hat{B}_v = \frac{1}{v} \frac{\xi_v}{\xi_1} \hat{B}_1 \quad (1.49)$$

en hoeksnelheid

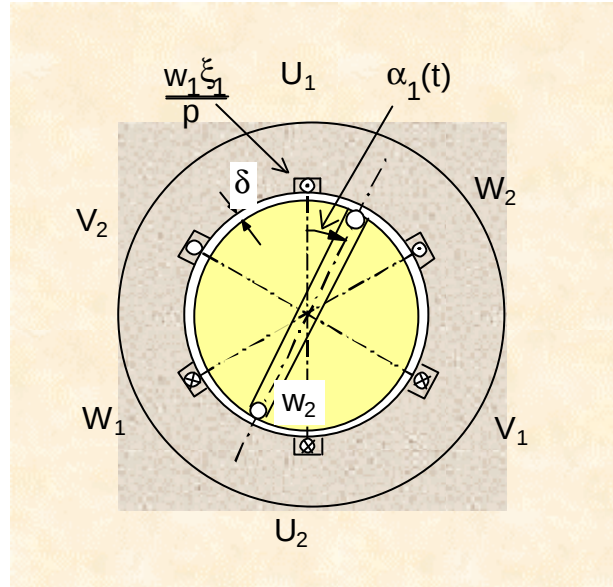
$$\Omega_v = \frac{\Omega_1}{v} \quad (1.50)$$

Het totale draaiveld is:

$$B(\alpha, t) = \sum_v B_v(\alpha, t) \quad (1.51)$$

1.7 Spanningsinductie door een draaiveld

1.7.1 Gekoppelde flux



figuur 1.19 Flux gekoppeld met een spoel

De statorwikkeling wekt in de luchtspleet van de machine een draaiveld $B(\alpha, t)$ op. Men berekent de flux die gekoppeld is met een spoel N_2 die zich op een willekeurige plaats α_1 ten opzichte van de stator bevindt (figuur 1.19). α_1 is functie van de tijd als de spoel N_2 beweegt. De fluxkoppeling volgt uit de integratie van de luchtspleetinductie over een poolsteek (lengtecoördinaat):

$$\psi(\alpha_1, t) = N_2 \phi(\alpha_1, t) = N_2 \int_{x_1}^{x_1 + \tau_p} B(\alpha, t) \ell dx \quad (1.52)$$

Daar

$$\frac{x_1}{\alpha_1} = \frac{\pi D}{2\pi} \quad \text{en} \quad dx = \frac{D}{2} d\alpha$$

vindt men:

$$\psi(\alpha_1, t) = N_2 \int_{\alpha_1}^{\alpha_1 + \frac{\pi}{p}} B(\alpha, t) \ell \frac{D}{2} d\alpha \quad (1.53)$$

Met (1.51) en (1.48) wordt dit:

$$\psi(\alpha_1, t) = N_2 \frac{\ell}{vp} \frac{D}{2} \int_{\alpha_1}^{\alpha_1 + \frac{\pi}{p}} \sum_v \hat{B}_v \sin(v\alpha p - \omega t) v p d\alpha$$

Ook de fluxkoppeling bestaat uit een oneindige som. Rekening houdend met (1.45) geldt voor de grondgolf:

$$\phi_1(\alpha_1, t) = \hat{\phi}_1 \cos(\alpha_1 p - \omega t) \quad (1.54)$$

met amplitude

$$\hat{\phi}_1 = \frac{\ell D}{p} \hat{B}_1 = \frac{2}{\pi} \ell \tau_p \hat{B}_1 \quad (1.55)$$

Voor de harmonischen geldt met (1.48):

$$\phi_v(\alpha_1, t) = \hat{\phi}_v \cos(v\alpha_1 p - \omega t) \quad (1.56)$$

met amplitude

$$\hat{\phi}_v = \frac{D \ell}{p} \frac{\hat{B}_v}{v} = \frac{2}{\pi} \ell \frac{\tau_p}{v} \hat{B}_v \quad (1.57)$$

1.7.2 Geïnduceerde spanningen - slip

De spanning die in de spoel geïnduceerd wordt, volgt uit de bepaling van de verandering van de met de spoel gekoppelde flux in functie van de tijd. De verandering kan het gevolg zijn van een tijdsvariatie van de stromen die het draaiveld opwekken en/of van de rotatie van de spoel zelf. Uit de inductiewet van Faraday-Lenz volgt:

$$\begin{aligned} u_1(\alpha_1, t) &= -\frac{d\psi(\alpha_1, t)}{dt} = -\frac{\partial \psi(\alpha_1, t)}{\partial \alpha_1} \frac{d\alpha_1}{dt} - \frac{\partial \psi(\alpha_1, t)}{\partial t} \\ &= -N_2 \frac{\ell D}{p} \sum_v \frac{\hat{B}_v}{v} \left[-\sin(v\alpha_1 p - \omega t) \right] \left(v p \frac{d\alpha_1}{dt} - \omega \right) \\ &= -N_2 \ell D \sum_v \hat{B}_v \sin(v p \alpha_1 - \omega t) \left(\frac{\omega}{p v} - \frac{d\alpha_1}{dt} \right) \end{aligned} \quad (1.58)$$

De slip wordt gedefinieerd als het relatieve verschil tussen de mechanische snelheid van het statordraaiveld en de mechanische snelheid van de rotor. De referentiesnelheid is de snelheid van het statordraaiveld. De hoeksnelheid van de rotor is:

$$\frac{d\alpha_1}{dt} = \Omega = \frac{2\pi n}{60} \quad (1.59)$$

met n de snelheid in toeren per minuut. De hoeksnelheid van een harmonische van het statordraaiveld is:

$$\Omega_v = \frac{\omega}{pv} \quad (1.60)$$

zodat de slip voor een harmonische kan geschreven worden als:

$$s_v = \frac{\Omega_v - \Omega}{\Omega_v} = \frac{\frac{\omega}{pv} - \Omega}{\frac{\omega}{pv}} \quad (1.61)$$

De hoeksnelheid van het grondveld noemt men de synchrone snelheid.

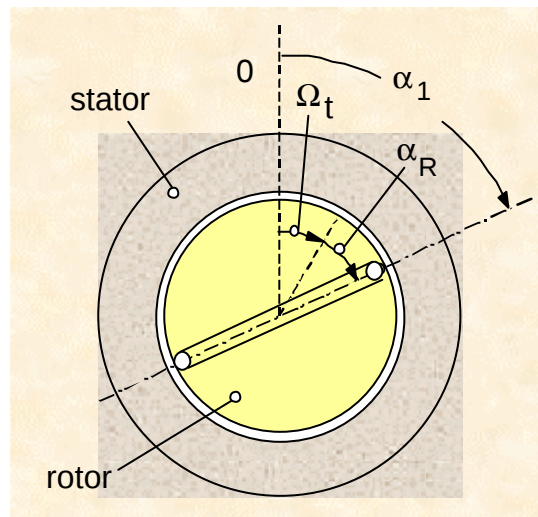
$$\Omega_1 = \frac{\omega}{p} = \frac{2\pi f}{p}$$

of in toeren per minuut:

$$n_0 = \frac{60\Omega_1}{2\pi} = \frac{f}{p} \cdot 60 \quad (1.62)$$

Voor de grondgolf wordt de slip ingevoerd:

$$s = \frac{\frac{\omega}{p} - \Omega}{\frac{\omega}{p}} = \frac{n_0 - n}{n_0} \quad (1.63)$$



figuur 1.20 Verband tussen rotor en stator hoekcoördinaten

Bij het synchroon toerental is $s = 0$ en bij stilstand is $s = 1$. De plaats van de rotorspoel kan men ook uitdrukken ten opzichte van de rotor (figuur 1.20):

$$\alpha_1(t) = \alpha_R + \Omega t \quad (1.64)$$

zodat

$$v\alpha_1 p - \omega t = v\alpha_R p - s_v \omega t \quad (1.65)$$

en (α_R is constant)

$$\frac{\omega}{pv} - \frac{d\alpha_1}{dt} = s_v \Omega_v \quad (1.66)$$

Hierdoor vindt men voor de in de rotorspoel geïnduceerde spanning:

$$\begin{aligned} u_i(\alpha_R, t) &= -N_2 D \ell \sum_v \hat{B}_v \sin(v p \alpha_R - s_v \omega t) s_v \Omega_v \\ &= -2N_2 \ell \sum_v B_v(\alpha_R, t) v_v = \sum_v u_{iv}(\alpha_{R,t}) \end{aligned} \quad (1.67)$$

De relatieve snelheid tussen draaiveld en spoel is

$$v_v = s_v \Omega_v \frac{D}{2} \quad (1.68)$$

De vorm van de spanning die door de relatieve beweging geïnduceerd wordt, is:

$$\begin{aligned} u_{iv}(\alpha_R, t) &= -2N_2 \ell B_v(\alpha_R, t) v_v = N_2 D \ell s_v \Omega_v \hat{B}_v \sin(s_v \omega t - v \alpha_R p) \\ &= N_2 \frac{D \ell}{pv} \omega s_v \hat{B}_v \sin(s_v \omega t - v \alpha_R p) \\ &= N_2 \hat{\phi}_v \omega s_v \sin(s_v \omega t - v \alpha_R p) \end{aligned} \quad (1.69)$$

Het door de statorwikkeling opgewekte draaiveld $B(\alpha, t)$ dat uit een oneindig aantal harmonischen $B_v(\alpha, t)$ bestaat die met de hoeksnelheid Ω_v ronddraaien, induceert in een met de hoeksnelheid n ronddraaiende spoel op de rotor een oneindig aantal spanningen $u_{iv}(\alpha_R, t)$ met volgende eigenschappen:

- de amplitudes van de geïnduceerde spanningen zijn evenredig met de voedingsfrequentie van de stator en met de slip;
- de frequentie van de geïnduceerde spanning is de slipfrequentie s_n van de beschouwde harmonische;
- bij stilstand ($s = 1$) is deze frequentie voor alle harmonischen de voedingsfrequentie;
- als de rotor draait ($s \neq 1$) induceert elke harmonische spanningen met verschillende frequentie;
- bij synchronisme ($s_v = 0$) induceert de v -de harmonische geen spanning;

- de fasehoek van de in de rotor geïnduceerde spanning is enkel en alleen afhankelijk van de ruimtelijke ligging van de spoel, uitgedrukt door de elektrische hoek α_{rp} .

Draagt de rotor in plaats van een spoel een driefasige wikkeling (zoals deze op de stator), waarvan de fasen telkens over een mechanische hoek $\alpha_R = (k-1)\frac{2\pi}{3p}$ ($k = 1, 2, 3$) verschoven zijn, en waarvan het aantal gleuven per pool en per fase $q > 1$, dan volgt voor de geïnduceerde spanning in een rotorfase:

$$u_{i2k} = N_2 \sum_v \xi_{2v} s_v \omega \hat{\phi}_v \sin \left[s_v \omega t - v \frac{2\pi}{3} (k-1) \right] \quad (1.70)$$

Voor $s = 1$ is deze formule ook geldig voor de stator:

$$u_{i1k} = N_1 \sum_v \xi_{1v} \omega \hat{\phi}_v \sin \left[\omega t - v \frac{2\pi}{3} (k-1) \right] \quad (1.71)$$

Voor de verhouding van de spanning geïnduceerd door een harmonische, ten opzichte van de spanning geïnduceerd door het grondveld geldt:

$$\frac{U_{i1v}}{U_{i11}} = \frac{\xi_{1v} \hat{\phi}_v}{\xi_{11} \hat{\phi}_1} = \frac{\xi_{1v}}{\xi_{11}} \frac{\hat{B}_v}{v \hat{B}_1} = \left(\frac{\xi_{1v}}{\xi_{11} v} \right)^2 \quad (1.72)$$

Voor de verhouding van een door een harmonische van het veld in de rotor geïnduceerde spanning tot de door dezelfde harmonische in de stator geïnduceerde spanning geldt:

$$\frac{U_{i2v}}{U_{i1v}} = \frac{w_2 \xi_{2v}}{w_1 \xi_{1v}} s_v \quad (1.73)$$

Voor de effectieve waarde van de grondgolf in stator en rotor geldt:

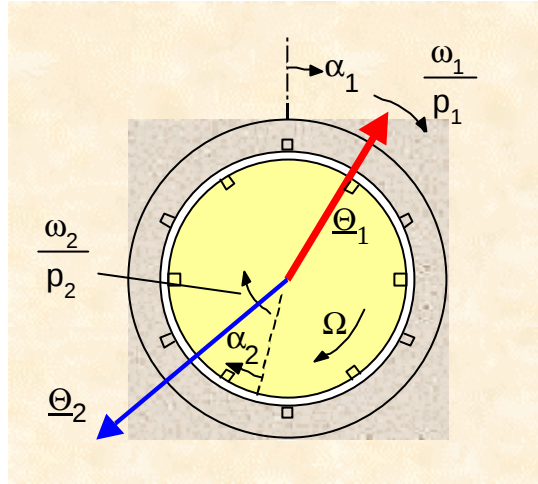
$$U_{i11} = w_1 \xi_{11} \omega \frac{\hat{\phi}_1}{\sqrt{2}} = 2\pi f_1 \xi_{11} w_1 \frac{\hat{\phi}_1}{\sqrt{2}} = 4,44 w_1 \xi_{11} f_1 \hat{\phi}_1 \quad (1.74)$$

$$U_{i21} = w_2 \xi_{21} s_1 \omega \frac{\hat{\phi}_1}{\sqrt{2}} \quad (1.75)$$

1.8 Koppelgeneratie

Men beperkt zich tot de grondgolf. Voor de statorwikkeling herleidt de draaidoorstroming zich dan tot de grondharmonische met hoeksnelheid $\frac{\omega_1}{p_1}$ (ω_1 statorpulsatie; p_1 poolpaartal van de stator; α_1 = lopende statorcoördinaat):

$$\Theta_1^D(\alpha_1, t) = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N_1 \xi_1}{p_1} \sqrt{2} I_1 \sin(p_1 \alpha_1 - \omega_1 t) = \hat{\Theta}_1^D \sin(p_1 \alpha_1 - \omega_1 t) \quad (1.76)$$



figuur 1.21 Stator- en rotordoorstroming

Er wordt verondersteld dat de rotor draait met hoeksnelheid Ω . Door de rotor wordt eveneens een draaidoorstroming opgewekt Θ_2^D , die een hoeksnelheid $\frac{\omega_2}{p_2}$ relatief ten opzichte van de rotor heeft en de rotorcoördinaten zijn over een hoek ε in de ruimte verschoven ten opzichte van de statorcoördinaten (ω_2 rotorpulsatie; p_2 poolpaartal van de rotor; α_2 = lopende rotorcoördinaat):

$$\Theta_2^D(\alpha_2, t) = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N_2 \xi_2}{p_2} \sqrt{2} I_2 \sin(p_2 \alpha_2 - \omega_2 t) \quad (1.77)$$

Deze vergelijking is betrokken op de rotor. De omzetting naar het statorcoördinatensysteem gebeurt door toepassing van

$$\alpha_2 = \alpha_1 - \varepsilon \quad (1.78)$$

waarbij:

$$\varepsilon = \Omega t + \varepsilon_0$$

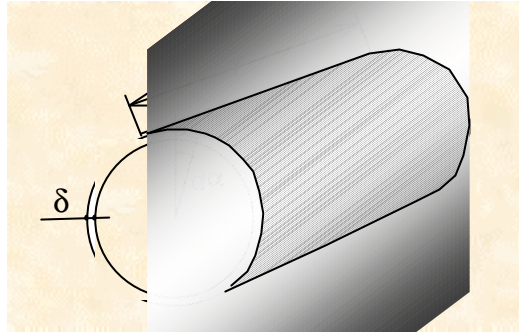
Vult men dit in in (1.77) dan volgt:

$$\Theta_2^D(\alpha_1, t) = \hat{\Theta}_2^D \sin(p_2 \alpha_1 - \omega_2 t - p_2 \varepsilon) \quad (1.79)$$

Aan het poolpaartal, de pulsatie en de fasehoek van de stator- en de rotordoorstromingen worden geen beperkingen opgelegd. Gebruik makende van de doorstromingswet, bekomt men de resulterende inductie in de luchtspleet. Vanaf hier wordt voor de eenvoud van de notatie α_1 genoteerd als α :

$$\Theta_1^D(\alpha, t) + \Theta_2^D(\alpha, t) = H(\alpha, t)2\delta$$

$$B(\alpha, t) = \frac{\mu_0}{2\delta} [\Theta_1^D(\alpha, t) + \Theta_2^D(\alpha, t)] \quad (1.80)$$



figuur 1.22 *Berekening van de opgeslagen magnetische energie*

De magnetische energie in de luchtspleet is (figuur 1.22):

$$W_m = \iiint_V \frac{B^2(\alpha, t)}{2\mu_0} dV = \int_0^{2\pi} \frac{B^2(\alpha, t)}{2\mu_0} \ell \delta \frac{D}{2} d\alpha \quad (1.81)$$

Het koppel bekomt men dan door differentiatie van de magnetische energie naar de relatieve positie ϵ van beide draaivelden tegenover elkaar (wet van de virtuele arbeid):

$$T = \frac{\partial W_m}{\partial \epsilon} = \frac{\partial}{\partial \epsilon} \int_0^{2\pi} \frac{B^2(\alpha, t)}{2\mu_0} \ell \delta \frac{D}{2} d\alpha \quad (1.82)$$

Volgens de kettingregel is:

$$\frac{\partial}{\partial \epsilon} [B^2(\alpha, t)] = 2B(\alpha, t) \frac{\partial B(\alpha, t)}{\partial \epsilon}$$

$$= 2 \left(\frac{\mu_0}{2\delta} \right)^2 [\Theta_1^D(\alpha, t) + \Theta_2^D(\alpha, t)] \frac{\partial \Theta_2^D(\alpha, t)}{\partial \epsilon} \quad (1.83)$$

Enkel de term $\Theta_2^D(\alpha, t)$ is functie van ϵ . Men bekomt:

$$T = \frac{\ell \delta D}{4\mu_0} 2 \left(\frac{\mu_0}{2\delta} \right)^2 \int_0^{2\pi} [\hat{\Theta}_1^D \sin(p_1 \alpha - \omega_1 t) + \hat{\Theta}_2^D \sin(p_2 \alpha - \omega_2 t - p_2 \epsilon)]$$

$$\hat{\Theta}_2^D [(-p_2) \cos(p_2 \alpha - \omega_2 t - p_2 \epsilon)] d\alpha \quad (1.84)$$

Daar

$$\int_0^{2\pi} \sin x \cos x dx = 0 \quad (1.85)$$

wordt de integraal sterk vereenvoudigd:

$$T = -\frac{p_2 \ell D \mu_0}{4.2 \delta} \hat{\Theta}_1^D \hat{\Theta}_2^D \int_0^{2\pi} \sin(p_1 \alpha - \omega_1 t) \cos(p_2 \alpha - \omega_2 t - p_2 \epsilon) d\alpha \quad (1.86)$$

of met

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} \sin(x + y) + \frac{1}{2} \sin(x - y) \quad (1.87)$$

volgt hieruit

$$T = -\frac{p_2 \ell D \mu_0}{4.2 \delta} \frac{\hat{\Theta}_1^D \hat{\Theta}_2^D}{2} \int_0^{2\pi} \{ \sin[(p_1 + p_2) \alpha - (\omega_1 + \omega_2) t - p_2 \epsilon] \\ + \sin[(p_1 - p_2) \alpha - (\omega_1 - \omega_2) t + p_2 \epsilon] \} d\alpha \quad (1.88)$$

Algemeen geldt:

$$\int_0^{2\pi} \sin(nx + \phi) dx = \begin{cases} 0 & \text{als } n \neq 0 \\ 2\pi \sin \phi & \text{als } n = 0 \end{cases}$$

Daar p_1 en p_2 van nul verschillende, positieve gehele getallen zijn, is de eerste sinusterm in de integraal van (1.88) altijd 0, terwijl de tweede sinusterm slechts dan verschillend is van 0 als $p_1 = p_2 = p$, met andere woorden: een motor levert slechts een koppel als de stator en de rotor evenveel polen hebben. In dat geval is:

$$T = -\frac{p \ell D \mu_0}{4.2 \delta} \frac{\hat{\Theta}_1^D \hat{\Theta}_2^D}{2} 2\pi \sin [-(\omega_1 - \omega_2) t + \epsilon p]$$

zodat

$$T = -\frac{p \ell D \mu_0}{4.2 \delta} \frac{\hat{\Theta}_1^D \hat{\Theta}_2^D}{2} 2\pi \sin [-(\omega_1 - (\omega_2 + p\Omega)) t + p\epsilon_0] \quad (1.89)$$

Er ontstaat slechts dan een in de tijd constant koppel als $\omega_1 = \omega_2 + p\Omega$. Indien dit niet het geval is, ontstaat er een pulserend koppel, dat gemiddeld in de tijd nul is met pulsatie $[\omega_1 - (\omega_2 + p\Omega)]$. Als aan de voorwaarde $\omega_1 = \omega_2 + p\Omega$ wel voldaan is, levert de machine een constant koppel:

$$T = -\frac{p\ell D\mu_0}{4.2\delta} \frac{\hat{\Theta}_1^D \hat{\Theta}_2^D}{2} 2\pi \sin p\epsilon_0 \quad (1.90)$$

Deze uitdrukking voor het koppel kan men nog verder omvormen. Daartoe gebruikt men in het complexe vlak de fasorvoorstelling (figuur 1.23). De resulterende draaistroombelegging

$$\underline{\Theta}_0^D = \underline{\Theta}_1^D + \underline{\Theta}_2^D = \underline{B} \frac{2\delta}{\mu_0} \quad (1.91)$$

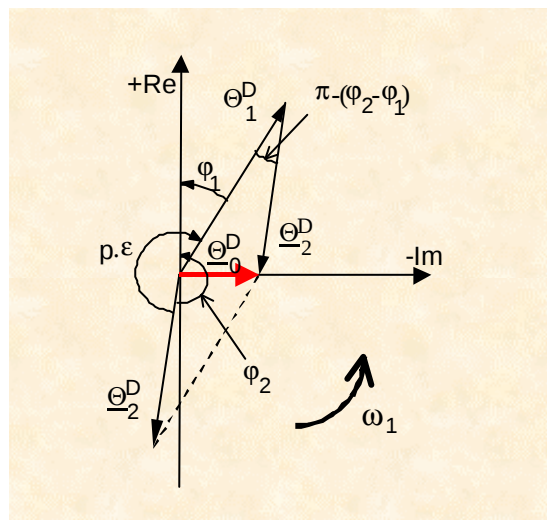
komt overeen met het luchtspleetveld. Men legt haar in de imaginaire as. De hoek tussen de reële as en de draaidoorstromingen is $\varphi_1(\underline{\Theta}_1^D)$, $\varphi_2(\underline{\Theta}_2^D)$ en $\frac{\pi}{2}(\underline{\Theta}_0^D)$. Met de cosinusregel wordt:

$$\hat{\Theta}_0^D = \sqrt{(\hat{\Theta}_1^D)^2 + (\hat{\Theta}_2^D)^2 + 2\hat{\Theta}_1^D \hat{\Theta}_2^D \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} \quad (1.92)$$

en met de sinusregel:

$$\frac{\hat{\Theta}_2^D}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1\right)} = \frac{\hat{\Theta}_2^D}{\cos\varphi_1} = \frac{\hat{\Theta}_0^D}{\sin(\pi - \varphi_2 + \varphi_1)} = \frac{\hat{\Theta}_0^D}{\sin(\varphi_2 - \varphi_1)} = \frac{\hat{\Theta}_0^D}{\sin(-p\epsilon)}$$

$$\hat{\Theta}_2^D \sin(-p\epsilon) = \hat{\Theta}_0^D \cos\varphi_1 = \hat{B} \frac{2\delta}{\mu_0} \cos\varphi_1$$



figuur 1.23 Verband tussen de fasoren van de doorstromingen

Het koppel wordt:

$$T = \frac{p\ell D\mu_0}{42\delta} \pi \theta_1^D \hat{B} \frac{2\delta}{\mu_0} \cos \varphi_1 = \frac{p\ell D\pi}{4} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N_1 \xi_1}{p} \sqrt{2} I_1 \hat{B} \cos \varphi_1 \quad (1.93)$$

Met de effectieve waarde van de geïnduceerde spanning

$$U_i = \omega_1 N_1 \xi_1 \frac{D\ell}{p} \frac{\hat{B}}{\sqrt{2}} \quad (1.94)$$

bekomt men de uiteindelijke vergelijking voor het koppel:

$$T = \frac{3p}{\omega_1} U_i I_1 \cos \varphi_1 = \frac{3U_i I_1 \cos \varphi_1}{\Omega_1} = \frac{P_\delta 60}{2\pi n_0} \quad (1.95)$$

waarin P_δ het luchtspleetvermogen of draaiveldvermogen is.

1.9 Vermogenstroom, frequentievoorwaarde

Het draaiveldvermogen of luchtspleetvermogen is het vermogen dat de motor uit het net opneemt, verminderd met de statorjouleverliezen en de statorijzerverliezen:

$$P_\delta = P_1 - P_{J1} - P_{Fe1} = P_1 - 3R_1 I_1^2 - P_{Fe1} \quad (1.96)$$

Dit vermogen gaat over de luchtspleet naar de rotor (figuur 1.24):

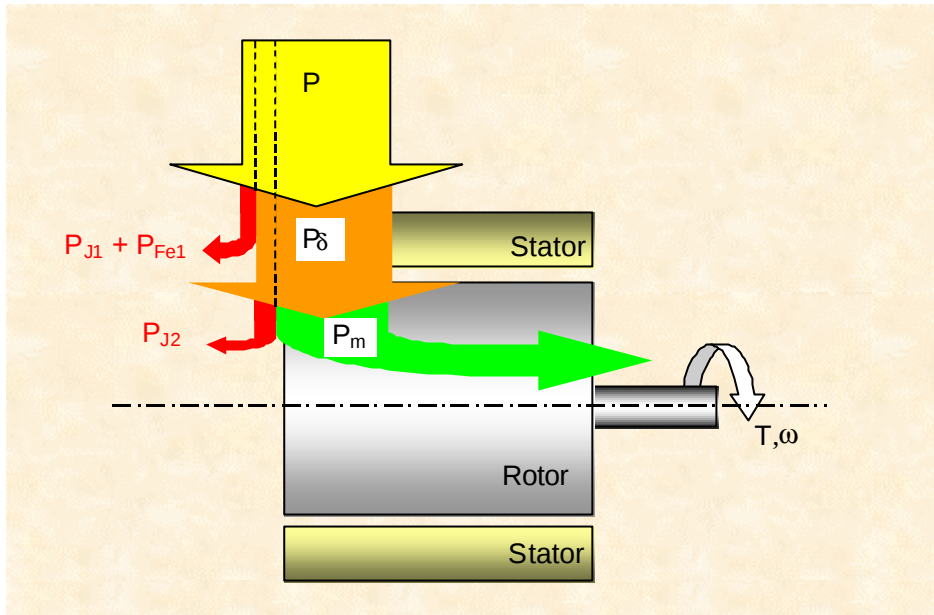
$$P_\delta = 3U_i I_1 \cos \varphi_1 = T \frac{2\pi n_0}{60} \quad (1.97)$$

Het aan de as afgegeven mechanisch vermogen is:

$$P_m = T \frac{2\pi}{60} n = T \frac{2\pi}{60} n_0 (1-s) = (1-s)P_\delta \quad (1.98)$$

Het verschil tussen het luchtspleetvermogen en het mechanisch vermogen zijn de rotorverliezen

$$P_{J2} = P_\delta - P_m = P_\delta - (1-s)P_\delta = sP_\delta \quad (1.99)$$



figuur 1.24 Vermogenstroom in een wisselstroommachine

Opdat de motor een constant koppel zou leveren, moeten stator en rotor hetzelfde poolpaartal hebben en moet voldaan zijn aan:

$$\omega_1 = \omega_2 + p\Omega$$

Met (1.63) kan men dit ook schrijven als

$$\omega_1 = \omega_2 + (1-s)\omega_1$$

of

$$\omega_2 = s\omega_1 \quad (1.100)$$

Aan de hand van deze voorwaarde kan men onderscheid maken tussen twee groepen wisselstroommachines. De stator van een wisselstroommachine wordt gevoed met stromen met frequentie f_1 , zodat $\omega_1 = 2\pi f_1$. Bij een synchrone machine wordt de doorstroming op de rotor gegenereerd door een afzonderlijke bron of komt het veld van permanente magneten. Als een veldwikkeling gebruikt wordt, stuurt men door de rotorketen een gelijkstroom ($\omega_2 = 0$). Aan (1.99) is enkel voldaan als de slip $s = 0$. De rotor draait op synchrone snelheid. Bij een inductiemachine zijn de wikkelingen op de rotor kortgesloten. Bij een slip $s \neq 0$ is er een relatief snelheidsverschil tussen en rotor stator draaiveld. Door dit snelheidsverschil worden in de rotor spanningen geïnduceerd die in de kortgesloten rotorwikkeling stromen doen vloeien met frequentie de slipfrequentie sf_1 . Voor de pulsatie van deze stromen geldt:

$$\omega_2 = 2\pi sf_1 = s\omega_1 \quad (1.101)$$

zodat voor elke slipwaarde, en dus voor elk toerental van de rotor, voldaan is aan de voorwaarde voor een constant koppel.