

7 Resistieve sensoren

7.1 Inleiding

Resistieve opnemers maken gebruik van veranderingen in elektrische weerstand ten gevolge van mechano-resistieve effecten of piëzo-resistieve effecten. De bekendste uitvoeringsvormen zijn rekstrookjes en potentiometrische opnemers.

Voor een elektrisch geleidend stuk materiaal geldt:

$$R = \frac{\rho l}{A} \quad \text{met}$$

R de elektrische weerstand

ρ de specifieke weerstand (resistiviteit of de inverse van de geleidbaarheid)

l de lengte en

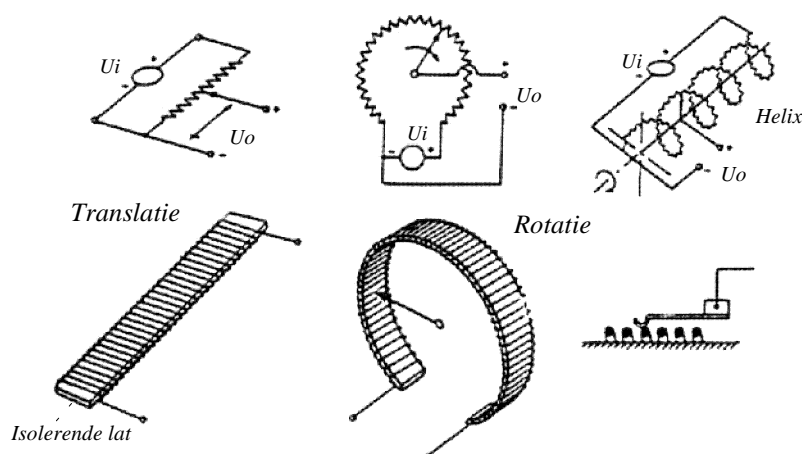
A het oppervlak van de loodrechte doorsnede.

Variaties in ρ en in l/A vinden toepassing bij rekstrookjes (hoofdzakelijk gebruikt bij kracht-sensoren). Veranderingen in de parameter l vinden doorgaans potentiometrisch plaats, dat wil zeggen met een glijdende aftakking.

De volgende paragrafen behandelen eerst de potentiometer, als lineaire, rotationele of sinus-cosinus potentiometer, vervolgens een contactloze magnetische potentiometer om te eindigen met rekstrookjes.

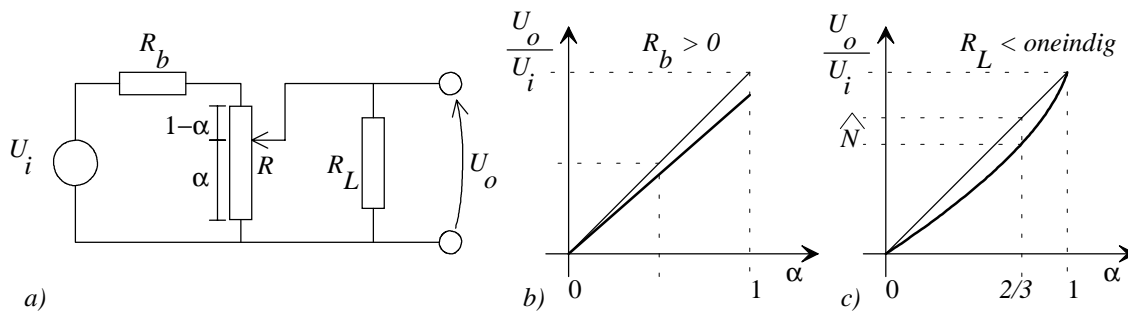
7.2 Potentiometrische sensoren

Potentiometrische opnemers zijn verkrijgbaar als lineaire of als hoekverplaatsingsopnemer. Ze worden uitgevoerd met draadwindingen of met een weerstandsfilm. De eerstgenoemde bezitten als nadeel de eindige resolutie omdat van de ene op de andere winding wordt overgesprongen. De typen met een film zijn continu en hebben in principe een oneindige resolutie.



Figuur 2.6: Voorbeelden van verschillende uitvoeringsvormen van potentiometers.

Van potentiometrische opnemers bestaat een breed scala uitvoeringsvormen, voor verplaatsingen van enige centimeters tot meer dan een meter, voor hoekverdraaiingen tot veelvoud van 2π (multiturn of meerslagen potentiometers), met uiteenlopende toleranties, afmetingen en prijzen. Een groot voordeel van de potentiometrische opnemer is de eenvoudige uitleeselektronica, alhoewel gelet moet worden op de invloed van bron- en belastingweerstand op de overdracht. Figuur 2.7 geeft een schematisch overzicht van de meetopstelling.



Figuur 2.7: Invloed van bron en belastingweerstand.

De bronweerstand R_b geeft aanleiding tot een schaalfout (Eng: Modifying error):

$$\frac{U_o}{U_i} = \frac{\alpha R}{(R + R_b)} \approx \alpha \left(1 - \frac{R_b}{R}\right)$$

De belastingweerstand R_L geeft aanleiding tot niet-lineariteit:

$$\frac{U_o}{U_i} = \frac{\alpha R_L}{(R_L + \alpha R - \alpha^2 R)} = \frac{\alpha}{\left(1 + \alpha \frac{R}{R_L} - \alpha^2 \frac{R}{R_L}\right)}$$

De niet-lineariteit is maximaal bij $\alpha \cong 2/3$ (de gelijkheid geldt voor oneindig grote waarden van R_L). Zij bedraagt ongeveer $-\frac{4R}{27R_L}$. (Verifieer de gegeven verbanden).

	Lineair	Rotationeel
Bereik	2 mm ... 8 m	10° ... 60 omw
Weerstand	1 kΩ ... 1MΩ ± 5%	
Resolutie		
- normaal	± 0,1 % FSD	0,2° ... 2°
- ondergrens draad	10 μm	
- ondergrens film	0,1 μm	
Niet-Lineariteit	0,01 ... 1% FSD	
Temp. coëfficiënt	10 ⁻³ K ⁻¹	
Temp. bereik	-20 °C ... 125 °C	
v(max) looper	1 m/s	10 omw/s
Levensduur draad	10 ⁶ bewegingen	
Levensduur film	10 ⁷ ... 10 ⁸ bewegingen	
P(max)	0,1 W ... 50 W	

Tabel 2.2: Eigenschappen van potentiometrische sensoren.

Zwakke punten van een potentiometrische opnemer zijn slijtage van het sleepcontact en een mogelijke onderbreking van het sleepcontact door corrosie of vervuiling. Tabel 2.2 vat nog enkele eigenschappen samen.

7.3 Sinus-cosinus potentiometer

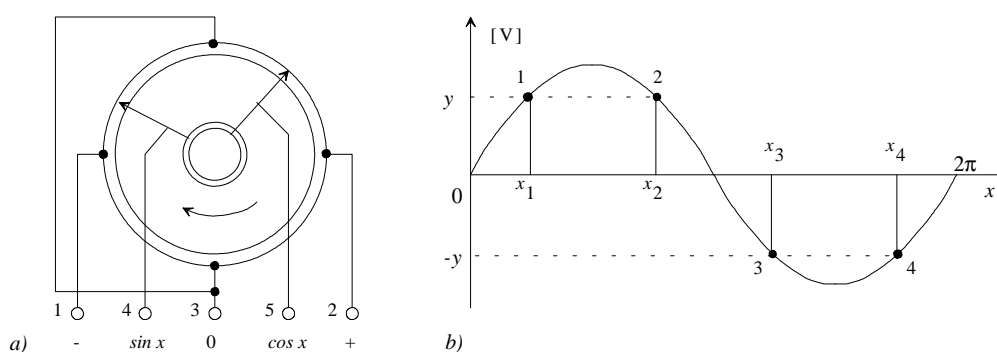
Deze paragraaf behandelt een analoog meetsysteem gebaseerd op een sinus-cosinus potentiometer.

De sinus-cosinus potentiometer biedt de eenvoudigste manier om XY -coördinaten van een punt in elektrische signalen om te zetten, waarbij naast grote precisie ook een lange levensduur van de omzeters verlangd wordt.

Bij deze opnemer wordt de gemeten grootte verkregen in de verhouding van twee sinusvormige spanningen waarvan de ene proportioneel is met de sinus en de andere evenredig is met de cosinus van de meetgrootte x .

Opbouw

De sinus-cosinus potentiometer bezit twee, 90° t.o.v. elkaar verschoven, lopers, die over een sinusvormige veranderlijke weerstand glijden. Zie figuur 2.8.



Figuur 2.8: a) Principeschema van een sinus-cosinus potentiometer, b) spanningsverloop op pen 4 bij een hoekverdraaiing over 360° .

Werking

Om de werking het gemakkelijkst te verklaren gaan we van het volgende uit: wanneer de hoekaanduiding op nul staat, is de waarde van de spanning op pen 4 uit figuur 2.8 a) gelijk aan nul volt. Bewegen we de as van de potentiometer in uurwijzerzin, dan zal de spanning op pen 4 sinusvormig veranderen. Als elke hoekverdraaiing overeenstemt met een bepaalde waarde van de sinusvormige spanning, waarom is er dan nog een cosinusvormige spanning nodig?

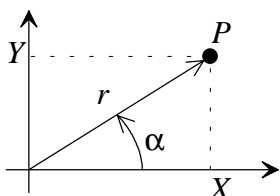
Stel er wordt een bepaalde spanning gemeten op pen 4, met welke hoek komt dit overeen?

Volgens figuur 2.8 b) kunnen er zich vier mogelijkheden voordoen. Houden we rekening met het teken dan worden deze gereduceerd tot 2. Als nu nog rekening gehouden wordt met de richting van de raaklijn in deze spanningspunten, dan is de hoek correct te bepalen. Vermits de richting van de raaklijn in een punt gegeven wordt door de afgeleide van de functie in dat punt en vermits de cosinusfunctie de afgeleide is van de sinusfunctie, is de hoekverdraaiing in ieder spanningspunt van de sinus te bepalen indien ook de cosinus gegeven is.

Coördinatentransformatie

Zoals blijkt uit figuur 2.9, kan elk punt in een rechthoekig vlak voorgesteld worden door cartesische XY-coördinaten of door poolcoördinaten (hoek en modulus).

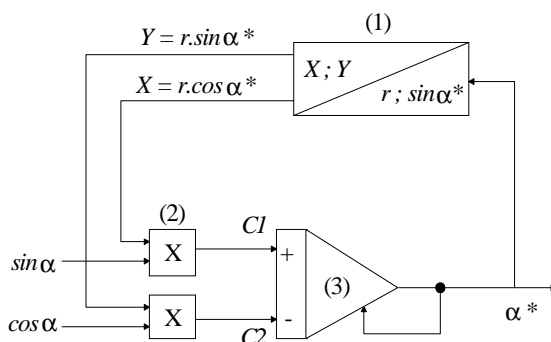
Daar de Y-coördinaat gelijk is aan de modulus r maal de sinus van de hoek α en de X-coördinaat gelijk is aan $r \cdot \cos \alpha$, is het perfect mogelijk om met een sinus-cosinus potentiometer aan coördinatentransformatie te doen.



Figuur 2.9: Verband tussen cartesische en poolcoördinaten.

Omzetting van een hoekverdraaiing in een lineaire uitgangsgrootheid

Om een duidelijkere aanduiding van de hoekverdraaiing en een betere analogoog-digitaal omzetting te bekomen, is het van belang dat de uitgangsspanning lineair verandert in functie van de gemeten grootheid.



Figuur 2.10: Omzetting van een sinusvormig variërende grootheid in een lineaire grootheid.

De coördinatentransformator (1) uit figuur 2.10, geeft een willekeurige hoek α^* aan. De waarden X en Y worden aan de vermenigvuldigers (2) aangeboden, samen met de signalen afkomstig van de sinus-cosinus potentiometer. De producten dienen als ingangssignalen voor een integrator (3):

$$\alpha^* = \alpha_0 + \int (c_1 - c_2) dt$$

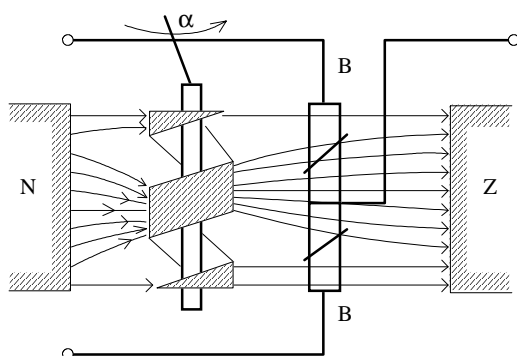
waarbij α_0 de laatst gemeten hoek voorstelt. Zolang de uitgangshoek α^* verschilt van de ingangshoek α , zal de uitgang van de integrator wijzigen. Wanneer $\alpha^* = \alpha$, is $C_1 = C_2$ en blijft de uitgang constant, zolang de as van de potentiometer niet opnieuw bewogen wordt. Als $C_1 = C_2$ dan geldt:

$$\begin{aligned} \sin \alpha \cdot X &= \cos \alpha \cdot Y \\ \sin \alpha \cdot r \cdot \cos \alpha^* &= \cos \alpha \cdot r \cdot \sin \alpha^* \\ \alpha &= \alpha^* \end{aligned}$$

7.4 Magnetische potentiometer

Inductieve of magnetische opnemers kunnen in velerlei omstandigheden ingezet worden. Ze zijn vrij goed bestand tegen stof en vuil in tegenstelling tot de optische systemen. De magnetische potentiometrische opnemer (ook wel veldplaatpotentiometer) is een passief meetelement. Het grote voordeel van de magnetische potentiometer t.o.v. de klassieke potentiometer is de afwezigheid van sleepcontacten, waardoor de sensor beter bestand is tegen slijtage (vuil) en veroudering. (Vandaar ook de naam contactloze potentiometer).

Bij de magnetische potentiometer zijn twee veldplaten (Gauss-elementen) onder elkaar aangebracht in een permanent magnetisch veld, zoals weergegeven in figuur 2.11.



Figuur 2.11: Opbouw van een veldplaatpotentiometer.

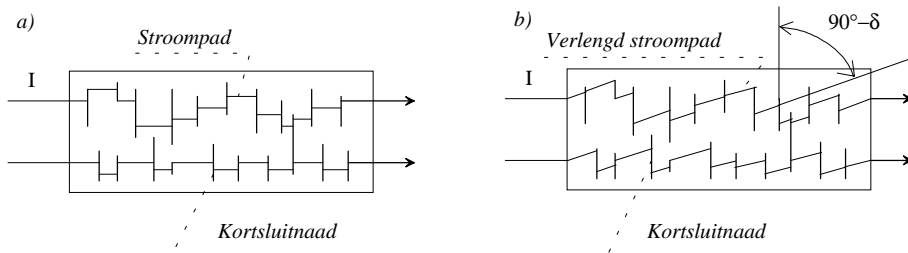
De *stuurspiraal* uit ferro-magnetisch materiaal heeft dezelfde werking als de looper van een potentiometer. Door verdraaiing van deze spiraal verschuift het magnetisch veld van de ene naar de andere plaat. De deelweerstand veranderen daardoor in tegengestelde zin. De totale weerstand blijft constant. Door een aangepaste keuze van de Gauss-elementen, van de hoek van de veldlijnen t.o.v. de veldplaten (zie verder) en van de vorm van de stuurspiraal, bekomt men (bijvoorbeeld) een sinusvormig verloop in de weerstandsverandering.

De *veldplaten* of *Gauss-elementen* zijn magnetisch stuurbare weerstanden (legering van InSb-NiSb). De ladingdragers in het halfgeleider materiaal worden onder inwerking van een magneetveld, op grond van de Lorentz-kracht, zijdelings afgebogen. Neem de hoek waaronder de stroomzin na het aanleggen van een magnetisch veld verandert, gelijk aan δ , zoals figuur 2.12 aangeeft, dan geldt:

$$\text{tg}\delta = \mu B \quad \text{met}$$

B de inductie en
 μ elektronenbeweeglijkheid.

Voor InSb met een uitzonderlijk hoge elektronenbeweeglijkheid $\mu = 7 \text{ m}^2/\text{Vs}$ bedraagt de hellingshoek ongeveer 80° bij een inductie $B = 1 \text{ T}$. Dwars op de stroomrichting bevinden zich in de InSb kristallegering laag-ohmige kortsluitnaden die een verdeling van de stroombanen bewerkstelligen. De verlenging van de stroompaden zal als een weerstandstoename waargenomen worden.

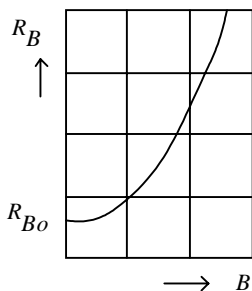


Figuur 2.12: De veldplaten a) zonder en b) met magnetisch veld.

De weerstand R_B van de veldplaat wordt bepaald door:

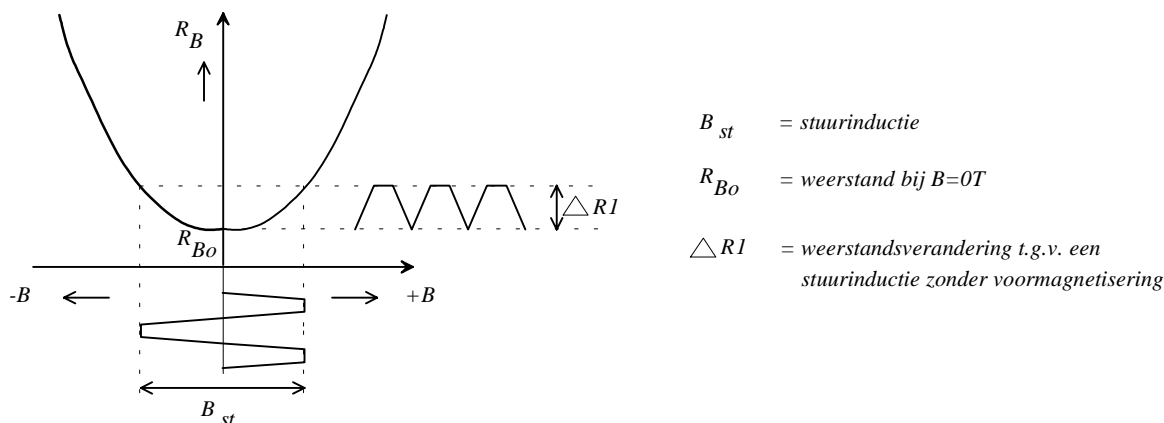
- ♦ de grondweerstand R_{B0} , afhankelijk van de doperingsgraad van het veldplaatmateriaal en
- ♦ de magnetische inductie B .

Figuur 2.13 geeft het verloop van de weerstand bij toenemende inductie B .



Figuur 2.13: Weerstand R_B in functie van het magnetisch veld.

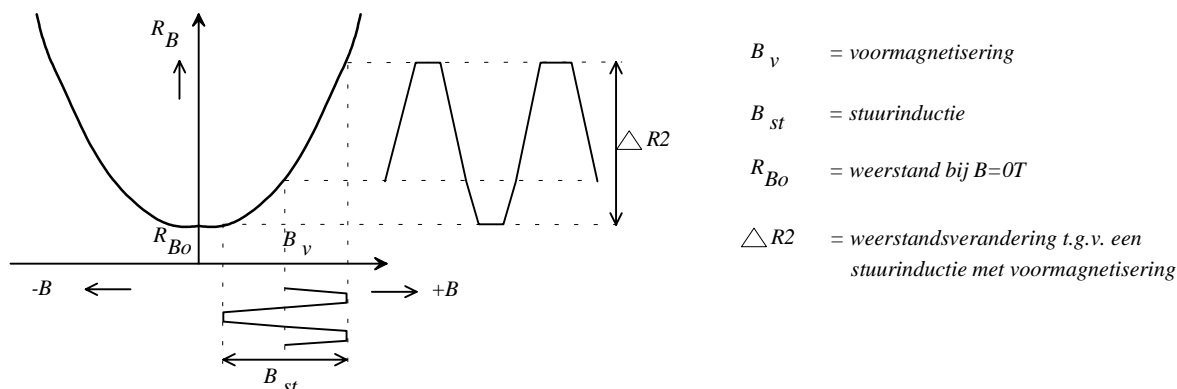
De weerstandsverandering R_I is voor een lage inductie B , vanwege het kwadratisch verband zeer gering. Tevens is de zin (polariteit) van het veld niet te bepalen. Omkeren van de zin van de veldlijnen heeft bij een zelfde inductie dezelfde weerstandsverandering tot gevolg. Zie figuur 2.14.



- B_{st} = stuurinductie
- R_{B0} = weerstand bij $B=0T$
- ΔRI = weerstandsverandering t.g.v. een stuurinductie zonder voormagnetisering

Figuur 2.14: Weerstandsverandering met werkpunt rond R_{B0} (zonder voormagnetisering).

Om een grotere weerstandsverandering te bekomen en dus een sterker uitgangssignaal te verwezenlijken, legt men het werkpunt niet op R_{Bo} , maar in een bereik met grotere steilheid. Dit wordt bekomen door *voormagnetisering* van de veldplaten. Figuur 2.15 geeft het resultaat weer.



Figuur 2.15: Weerstandsverandering bij een werkpunt met grotere steilheid dan bij R_{Bo} (met behulp van een voormagnetisering).

7.5 Rekstrookjes

Rekstrookjes zijn draad- of filmweerstand op een dunne, flexibele drager, die op een willekeurig constructiedeel kunnen worden gelijmd. Het rekstrookje ondergaat dezelfde rek of stuik als het materiaal waarop het is bevestigd. De weerstandsverandering laat zich eenvoudig berekenen uit:

$$R = \frac{\rho l}{A}, \text{ waaruit volgt:}$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} - \frac{dA}{A}$$

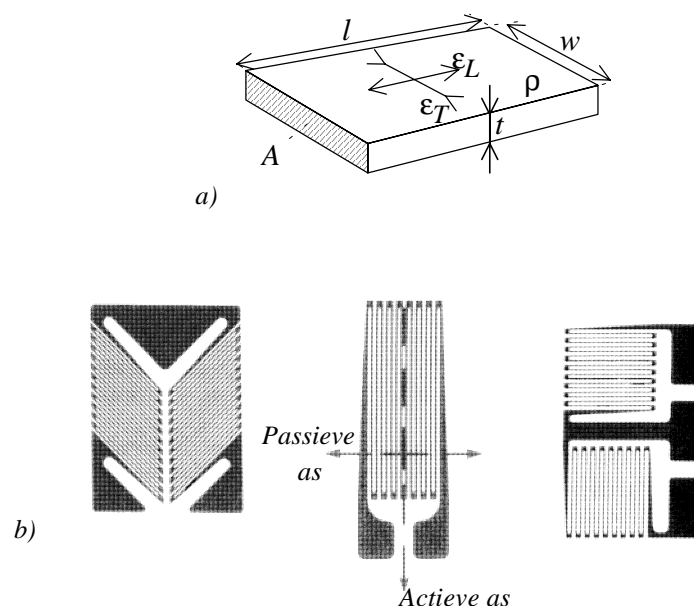
Daar het volume V van het materiaal (meestal een metaal of een halfgeleider) bij rek slechts weinig verandert, is $dV/V \cong 0$, dus $dl/l \cong -dA/A$, waarmee de relatieve weerstandsverandering gelijk is aan:

$$\frac{dR}{R} \cong \frac{d\rho}{\rho} + 2\frac{dl}{l}$$

Bij metalen is de specifieke weerstand ρ onafhankelijk van de rek, zodat:

$$\frac{dR}{R} \cong 2\frac{dl}{l} = 2\varepsilon.$$

Dit wil zeggen dat de *rekfactor* K (Eng: gauge factor) ongeveer gelijk is aan twee. Bijvoorbeeld: De weerstandsverandering dR t.g.v. een rek $\varepsilon = 1000 \mu\text{m/m}$, met $R = 120 \Omega$ en $K = 2$, is $0,24\Omega$. (Verifieer!) Bij halfgeleider rekstrookjes verandert ρ wel onder invloed van de rek. Deze typen hebben een veel grotere rekfactor (bijvoorbeeld $K = 120$), maar zijn in het algemeen sterk temperatuurgevoelig.



Figuur 2.16: Rekstrookjes: a) definitie afstanden, b) voorbeelden uitvoeringsvormen.

Om het stroomverbruik bij het meten van de weerstandswaarde binnen de perken te houden wordt naar een hoge waarde van R gestreefd, ondanks de geringe waarde van ρ . Daarom bezitten rekstrookjes de vorm van een meanderachtige structuur, zoals figuur 2.16.b duidelijk laat zien. Het rekstrookje is als het ware een lange draad die door opvouwen toch een beperkte totale afmeting omvat. Ze zijn daarmee gevoelig in vooral één richting.

Laten we het verband tussen rek en weerstandsverandering iets nauwkeuriger bekijken. De veronderstelling van een constant volume V , in de eerder vermelde formules, is niet helemaal juist. Om wel de juiste relatieve oppervlakte verandering dA/A te berekenen, dienen we een onderscheid te maken tussen de longitudinale en de transversale rek (resp. ϵ_L en ϵ_T). Volgens de wet van Poisson is bij een gegeven longitudinale rek ϵ_L , de transversale rek (of beter stuik):

$$\epsilon_T = -\nu \cdot \epsilon_L \quad \text{met } \nu \text{ de coëfficiënt van Poisson (= 0,25 ... 0,4).}$$

Samen met

$$\frac{dA}{A} = \frac{dw}{w} + \frac{dt}{t} = 2\epsilon_T$$

volgt hieruit

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + (1 + 2\nu)\epsilon_L.$$

De eerder gedefinieerde rekstrookjesfactor K wordt dan:

$$K = 1 + 2\nu + \frac{1}{\epsilon_L} \frac{d\rho}{\rho}$$

Voor de meeste metalen is $\nu \approx 0,3$ en is de term $(1/\epsilon_L)(dp/\rho)$, die de door de rek veroorzaakte verandering in de soortelijke weerstand weergeeft (piëzo-resistief effect), van de orde grootte 0,4 zodat de waarde van de totale rekstrookjesfactor K toch rond twee ligt.

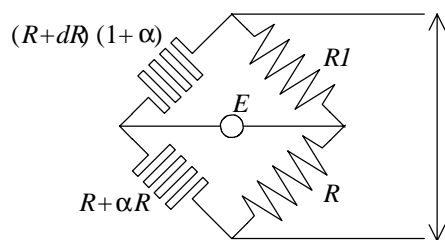
Opmerkingen:

- Bij het *aanbrengen van rekstrookjes* dient men uiterst nauwgezet te werk te gaan. Vooreerst moet het oppervlak, waarop het rekstrookje zal komen, mechanisch en chemisch gezuiverd worden, door het te schuren en te ontvetten. De juiste lijm voor het betreffende temperatuurgebied moet aangebracht worden, om vervolgens het rekstrookje te bevestigen door gelijkmatig te drukken. Let er op dat ook de bekabeling zorgvuldig gebeurt zodat er geen ongewenste contactweerstand optreden. Het rekstrookje wordt tenslotte tegen vocht afgedicht met behulp van siliconenwas of kunstharsen.
- Rekstrookjes zijn zeer temperatuurgevoelig. Zo zal de weerstandswaarde van het rekstrookje temperatuurveranderlijk zijn en zal de temperatuurafhankelijke uitzetting van het materiaal waarop het rekstrookje bevestigd is, niet noodzakelijk gelijk zijn aan deze van het rekstrookje, waardoor extra spanningen ontstaan. Verder is er de temperatuurafhankelijke weerstandsverandering van de verbindingkabels tussen rekstrookje en meetbrug en tenslotte ontstaan er (temperatuurafhankelijke) thermokoppelspanningen, die meetfouten introduceren bij het gebruik van een gelijkspanningvoeding in de meetbrug.

7.6 Weerstandsverandering - meetbruggen

Bij rekstrookjes is de weerstandsverandering t.g.v. de rek zeer klein. Het meten van de weerstandswaarde gebeurt dan ook bij voorkeur met een meetbrug. Het rekstrookje wordt hierbij in een van de takken van de brug geschakeld. Opdat de stroom doorheen het rekstrookje de temperatuur van het rekstrookje niet zou beïnvloeden mag de stroom niet te groot zijn (typisch 10 mA).

Er bestaan verschillende meetbruggen. Achtereenvolgens komen de gebalanceerde, de ongebalanceerde en de actieve brug aan bod.



Figuur 2.17: Gebalanceerde meetbrug.

De *gebalanceerde brug* bestaat uit één actief rekstrookje en uit drie vaste weerstanden R . Wanneer het actief rekstrookje wordt uitgerokken, kan door regeling van de weerstand R_1 in de andere tak de brug terug in evenwicht komen. Hieruit volgt de weerstandsverandering dR en ook de rek $\epsilon = dR/(R.K)$. Dit is de nulmethode, de brug wordt steeds in evenwicht gebracht. De nauwkeurigheid van deze methode is des te groter naarmate de detector gevoeliger is, de

voedingsspanning van de brug groter is en de waarden van de weerstanden niet te veel van elkaar verschillen. (Verifieer!)

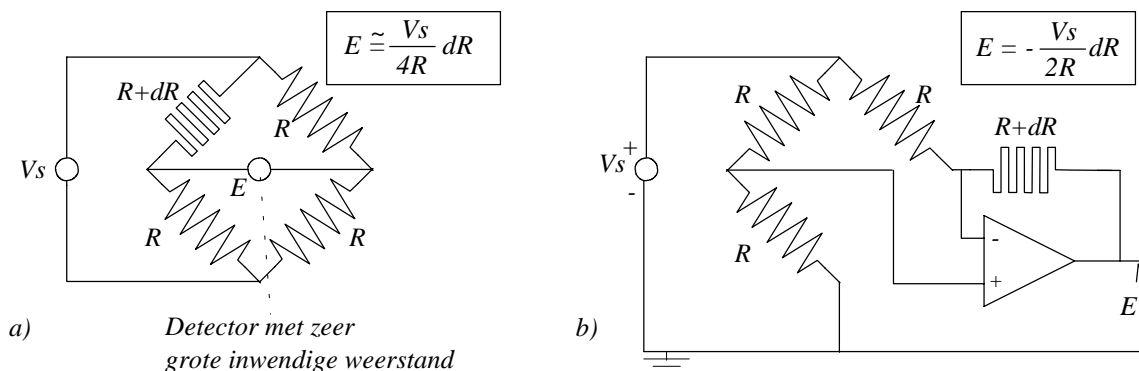
Het passief rekstrookje in de meetbrug dient ter compensatie van de temperatuurinvloed. In sommige gevallen (zie voorbeeld doorbuiging balk in volgende paragraaf) is er naast rek ook stuijk of krimp. De gevoeligheid van de meetbrug kan dan vergroot door de tegenoverliggende weerstand te vervangen door een rekstrookje dat onderworpen is aan deze stuijk.

De *ongebalanceerde meetbrug* wordt enkel in evenwicht gebracht bij het begin van de meting en niet meer wanneer er rek optreedt. De meter is in dit geval een gevoelige voltmeter met een hoge ingangsweerstand.

De uitgangswaarde van de millivoltmeter is (bij benadering) evenredig met de weerstandsverandering dR en bijgevolg ook met de rek ϵ . Maar de meting is ook afhankelijk van de voedingsspanning V_s . Deze laatste moet dus zeer constant zijn, een vereiste die bij de gebalanceerde brug niet nodig was.

Ook de *actieve brug* is een ongebalanceerde brug. Ze wordt echter gevormd door een verschilversterkerschakeling, waarbij het rekstrookje zich in de terugkoppelkring bevindt.

De weerstandsverandering t.g.v. de rek heeft hier geen invloed op de stroom, wat bij de voorgaande brug wel het geval was.



Figuur 2.18: a) Ongebalanceerde meetbrug, b) actieve brug.

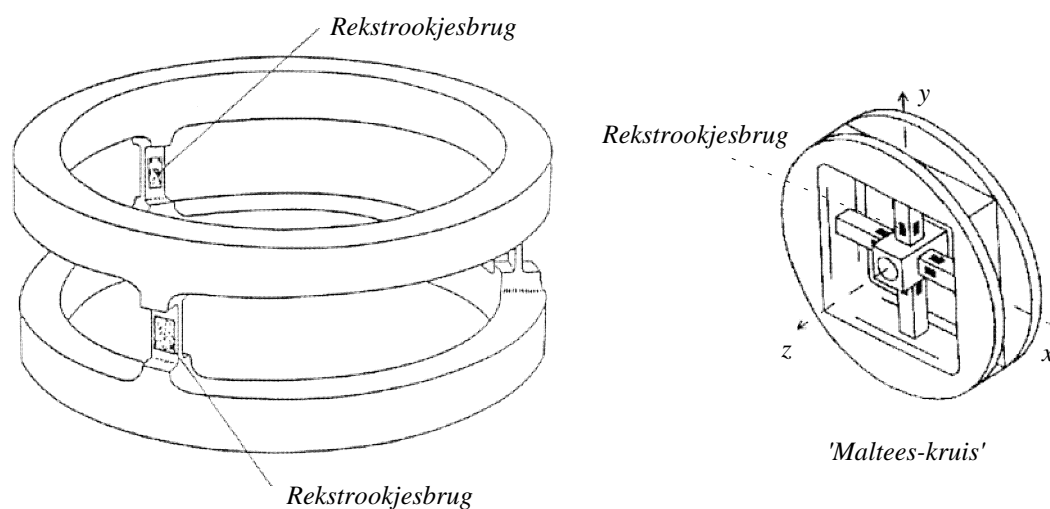
Opmerkingen:

- Om temperatuurproblemen te vermijden kan men in voorgaande bruggen ofwel gebruik maken van een rekstrookje met autocompensatie, ofwel een tweede rekstrookje (dummy) dat zich op dezelfde temperatuur bevindt in een aangrenzende tak van de brug opnemen. Dit is dan een *halve* brug, deze methode is beter dan deze met autocompensatie.
- Het tweede rekstrookje kan ook actief worden gebruikt als het een tegengestelde weerstandsverandering ten gevolge van de belasting ondergaat. De uitgangsspanning is nu dubbel zo groot.
- Ook een *volledige* brug is mogelijk door vier rekstrookjes te gebruiken. Wanneer de rekstrookjes op de gepaste plaatsen worden aangebracht, zijn ze alle vier actief. De uitgangsspanning is nu viermaal zo groot als bij gebruik van één rekstrookje.
- De voedingsspanning van de brug kan een gelijkspanning of een wisselspanning zijn. In het geval van een wisselspanning wordt de meter vooraf gegaan door een fasegevoelige detector.

7.7 Gebruik van rekstrookje als elastische krachtsensor

Rekstrookjes zijn geschikt voor het meten van krachten, torsies, doorbuiging enz. Daar een rekstrookje primair reageert op verplaatsing, dient voor krachtgrootheden de elasticiteitsmodulus E van het betreffende materiaal gekend te zijn. (De rek is vaak zo klein dat deze wordt uitgedrukt in *microrrek* (Eng: microstrain). Eén μ rek komt overeen met een relatieve lengteverandering van 10^{-6} .

Met rekstrookjes kan de kracht op vrijwel elke plaats in een mechanisch systeem worden gemeten. Interessant hierbij zijn de bijzondere constructies, voorzien van rekstrookjes, waarmee gelijktijdig de drie krachtcomponenten en de drie momentcomponenten worden gemeten. Zie figuur 2.19. Dit zijn de zogenaamde *kracht (-moment) sensoren*, die hun toepassing vinden in de robotica.



Figuur 2.19: Mogelijke opbouw van een krachtsensor voor meting van drie krachten en drie momenten.

Bij wijze van voorbeeld volgen drie mogelijke toepassingen: de ingeklemde balk, de pilaar en de cilindrische as.

De ingeklemde balk (figuur 2.20 a)

De aangelegde kracht F veroorzaakt een buiging van de balk. Het bovenoppervlak ondergaat een rek $+\epsilon$, het benedenoppervlak een rek $-\epsilon$. De grootte van de rek is:

$$\epsilon = \frac{6(l-x)}{wt^2 E} F \quad \text{met } E \text{ de modulus van Young, } w \text{ de breedte, } t \text{ de dikte en } l \text{ de lengte van de balk}$$

Rekstrookjes 1 en 3 worden uitgetrokken (rek $+\epsilon$). Hun weerstand stijgt met een waarde dR . Rekstrookjes 2 en 4 worden ingedrukt (stuik $-\epsilon$). Hun weerstand daalt. dR wordt gegeven door:

$$dR = KR\epsilon \quad \text{met } K \text{ de rekstrookjesfactor en } R \text{ de weerstand van de rekstrookjes in ontspannen toestand}$$

De weerstanden van de 4 rekstrookjes zijn dan:

$$R_1 = R_3 = R + dR = R(1 + K\varepsilon)$$

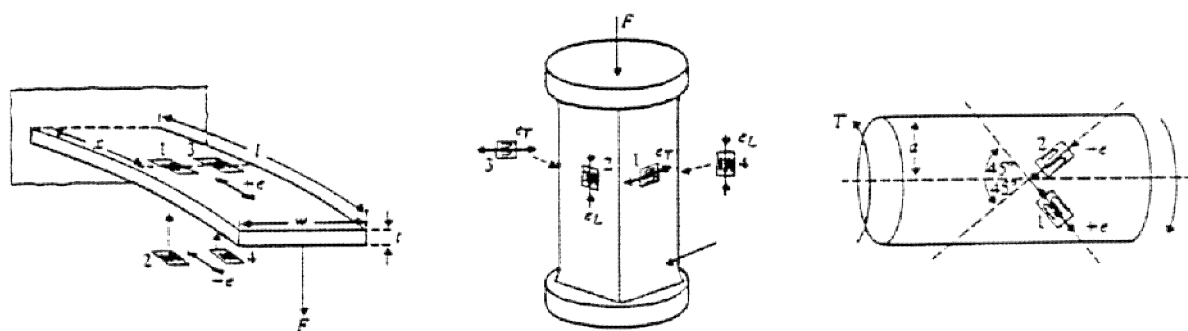
$$R_2 = R_4 = R - dR = R(1 - K\varepsilon)$$

Plaatst men de vier rekstrookjes in een brug, dan is de uitgangsspanning E_{brug} gelijk aan:

$$E_{brug} = V_s \left(\frac{R_1}{R_1 + R_4} - \frac{R_2}{R_2 + R_3} \right) = V_s \left(\frac{R(1 + K\varepsilon)}{R(1 + K\varepsilon) + R(1 - K\varepsilon)} - \frac{R(1 - K\varepsilon)}{R(1 - K\varepsilon) + R(1 + K\varepsilon)} \right)$$

$$E_{brug} = V_s K\varepsilon$$

Vermits ε evenredig is met de aangelegde kracht F , is ook de uitgangsspanning E_{brug} evenredig met de kracht F .



a) Ingeklemde balk

b) Pilaar

c) Cilindrische as, koppelmeter

Figuur 2.20: Meten van krachten met rekstrookjes.

De pilaar (figuur 2.20 b)

De aangelegde kracht F veroorzaakt een druk gelijk aan $-F/A$ met A de doorsnede van de pilaar. Dit veroorzaakt een (negatieve) rek (of stuik) in longitudinale richting (de richting van de kracht):

$$\varepsilon_L = -\frac{F}{AE}$$

en in de dwarse richting (de richting loodrecht op de kracht F):

$$\varepsilon_T = -\nu \cdot \varepsilon_L = \frac{\nu F}{AE}$$

met ν de Poisson coëfficiënt ($= 0,24$ à $0,4$ voor de meeste materialen).

De rekstrookjes 1, 2, 3, en 4 hebben de volgende weerstandswaarden:

$$R_1 = R_3 = R + KR\varepsilon_T$$

$$R_2 = R_4 = R + KR\varepsilon_L$$

Indien we deze weerstanden weerom in een brug zetten, krijgen we als uitgangsspanning:

$$E_{brug} = V_s \left(\frac{1 + \frac{KvF}{AE}}{1 + \frac{KvF}{AE} + 1 - \frac{KF}{AE}} - \frac{1 - \frac{KF}{AE}}{1 + \frac{KvF}{AE} + 1 - \frac{KF}{AE}} \right) = V_s \frac{(1 + \nu) \frac{KF}{AE}}{2 + \frac{KF}{AE}(\nu - 1)}$$

veronderstellend dat $KF/AE \ll 1$ wordt dit:

$$E_{brug} \cong \frac{V_s}{2} (1 + \nu) \frac{K}{AE} F$$

We krijgen dus uiteindelijk slechts een benaderend lineair verband tussen E_{brug} en F .

De cilindrische as (figuur 2.20 c)

In tegenstelling tot de twee vorige meetopstellingen met rekstrookjes waar een kracht werd gemeten, zullen we hier trachten een koppel te meten.

De cilindrische as wordt gebruikt als meetinstrument om het koppel te meten. Rekstrookje 1 is geplaatst onder een hoek van 45° met de as. De rek is daar maximaal $+\varepsilon$. Rekstrookje 2 is geplaatst onder -45° , de rek is daar minimaal $-\varepsilon$. Rekstrookjes 3 en 4 zijn geplaatst onder dezelfde hoeken aan de andere zijde van de as.

De maximale rek wordt gegeven door:

$$\varepsilon = \frac{T}{\pi S a^3} \quad \text{met } S \text{ de Shear modulus en } a \text{ de straal van de as.}$$

De uitgang van de brug wordt (analoog aan de ingeklemde balk):

$$E_{brug} = V_s K \varepsilon = \frac{V_s K}{\pi S a^3} T$$

E_{brug} is dus evenredig met het aangelegde koppel T .

(Opmerking: Er bestaan eveneens piëzo-elektrische krachtsensoren. Deze worden later behandeld).