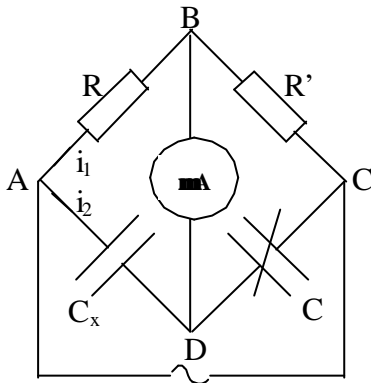


MESURES DE CAPACITÉS ET DE RÉSISTANCES

ASSOCIATION DE RÉSISTANCES

I - MESURE DE CAPACITÉS PAR LA MÉTHODE DU PONT DE SAUTY

Le circuit de base utilisé pour la mesure des capacités est le pont de Sauty. Il comprend essentiellement une tête de pont constituée par deux résistances R et R' et deux capacités pures C et C_x . R , R' , C et C_x sont disposées en série suivant le parallélogramme ABCD.



Dans l'une des diagonales du pont, AC par exemple, se trouve une source de courant sinusoïdal de fréquence f . Dans l'autre diagonale se place un détecteur de zéro, dans le cas présent un ampèremètre sensible aux courants de fréquence f et susceptible de déceler l'extinction du courant dans la diagonale correspondante. **Lorsqu'il y a extinction du courant, on dit que le pont est équilibré.**

A l'équilibre, il ne passe donc aucun courant dans la branche BD, on a : $V_B - V_D = 0$

Soient i_1 et i_2 les valeurs instantanées des intensités dans les branches ABC et ADC, q et q_x les charges, au même instant, des condensateurs C et C_x :

$$V_A - V_B = R i_1$$

$$V_A - V_D = \frac{q_x}{C_x}$$

$$V_B - V_C = R' i_2$$

$$V_D - V_C = \frac{q}{C}$$

$$\Rightarrow V_B - V_D = \frac{q_x}{C_x} - R i_1 = 0 \quad \text{et} \quad V_B - V_D = R' i_2 - \frac{q}{C} = 0$$

$$\Rightarrow R i_1 = \frac{q_x}{C_x} \quad \text{et} \quad R' i_2 = \frac{q}{C}$$

Dérivons ces relations par rapport au temps :

$$R \frac{di_1}{dt} = \frac{R'}{R} \frac{dq_x}{dt} \quad (1)$$

$$R' \frac{di_2}{dt} = \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} \quad (2)$$

or, par définition : $i_2 = \frac{dq}{dt} = \frac{dq_x}{dt}$

En faisant le rapport des relations (1) et (2), on obtient : $\frac{R}{R'} = \frac{C}{C_x}$

$$\text{Donc } C_x = C \frac{R'}{R}$$

MANIPULATION

Le pont de Sauty peut être réalisé de deux façons différentes en utilisant :

- un montage "capacité variable",
- un montage "résistance variable".

La capacité inconnue est C_x .

Dans le montage utilisé, qui est un montage "capacité variable", les résistances R et R' sont montées selon un montage potentiométrique et constituent un seul boîtier sur lequel il est possible de régler la valeur du rapport R'/R (R'/R = 0,1, 1, 10 par exemple). Il est astucieux de choisir R'/R égal à 1, ainsi la capacité cherchée est directement la capacité mesurée. Cependant l'utilisation d'un rapport R'/R plus grand ou plus petit peut permettre d'obtenir une meilleure précision sur la mesure de C_x . R et R' sont telles que l'incertitude relative sur ces résistances est $\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta R'}{R'} = 0,2\%$. Le générateur de fréquence sinusoïdale est un vibreur.

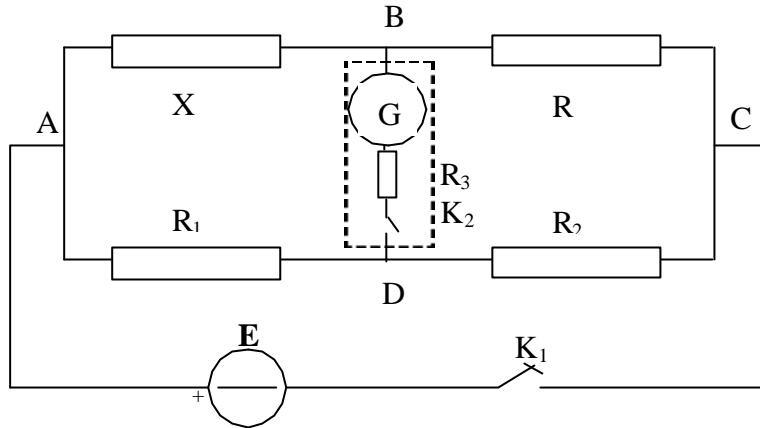
- **Déterminer la valeur des deux condensateurs C_1 et C_2 .** Faire varier la capacité C de manière à obtenir l'équilibre. En fait on n'obtient l'équilibre que si les capacités comparées ont des diélectriques de même nature. Dans le cas où la capacité étudiée présente un courant de fuite appréciable, on n'obtient qu'un minimum (on pourrait obtenir l'équilibre en plaçant en série avec C une résistance variable r).
- **Indiquer les approximations faites : ΔC_1 et ΔC_2 .**

II - MESURE DE RÉSISTANCES PAR DIFFÉRENTES MÉTHODES

II - 1 - Méthode du pont de Wheatstone

Le pont de Wheatstone comporte essentiellement 4 résistances X, R, R₁, R₂ constituant les branches du quadrilatère ABCD. Dans une des diagonales, quelconque a priori, se trouvent une source de tension continue et un interrupteur K₁, dans l'autre un galvanomètre avec en série, une résistance de protection R₃ et un interrupteur K₂.

La résistance R est constituée par l'association de deux boîtes AOIP variables respectivement par dizaine d'ohms et ohms.



Les interrupteurs K_1 et K_2 étant fermés, supposons que le galvanomètre n'indique le passage d'aucun courant, le pont est alors en équilibre. Les potentiels des points B et D sont les mêmes :

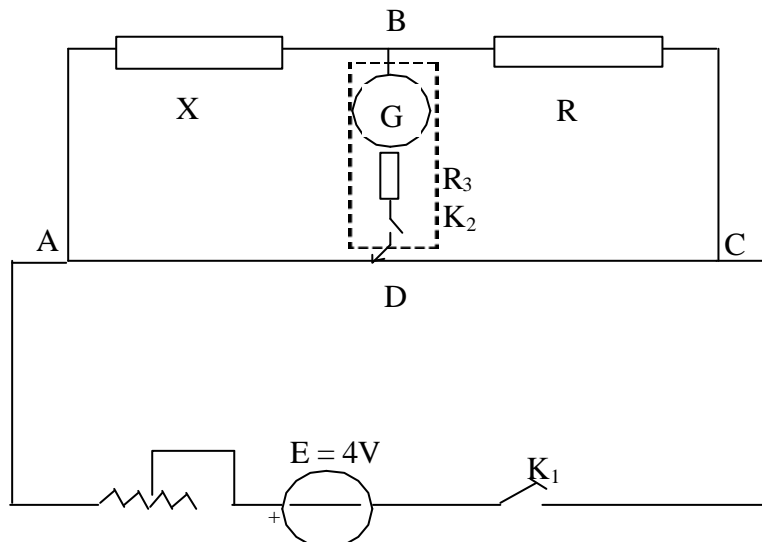
$$V_A - V_B = V_A - V_D \quad \text{soit } iX = i'R_1$$

$$V_B - V_C = V_D - V_C \quad \text{soit } iR = i'R_2$$

i et i' étant les intensités des courants dans les branches ABC et ADC, on a donc : $X = \frac{R_1}{R_2} R$

Les résistances R_1 et R_2 n'interviennent que par leur rapport. On sait que pour un fil conducteur homogène, la résistance est proportionnelle à la longueur. On peut remplacer R_1 et R_2 par un fil AC le long duquel se déplace un curseur D. C'est le pont à fil.

Le rapport $\frac{R_1}{R_2}$ est égal au rapport $\frac{AD}{DC}$ des longueurs mesurées sur une règle graduée disposée contre le fil AC.



$AD + DC = L$ où L est la longueur totale de la règle. Il est commode de prendre la notation suivante : $AD = \ell$; $DC = L - \ell$. Il en résulte la formule suivante :

$$X = R \frac{\ell}{L - \ell}$$

Calculer ΔX et déterminer théoriquement la position du curseur pour laquelle cette erreur est minimale.

MANIPULATION

Le galvanomètre servant à détecter de faibles courants, régler R_3 au maximum de sa valeur pour ensuite l'annuler au voisinage de l'équilibre. Le curseur étant placé au milieu de la règle (on aura expliqué au préalable ce choix de $AD = DC$), on ferme K_1 ; on appuie alors brièvement sur l'interrupteur K_2 et on observe le sens de déviation du galvanomètre.

On fait ensuite varier la résistance R , par une méthode qui sera indiquée lors de la manipulation, jusqu'à l'immobilisation complète de l'aiguille du galvanomètre ($R_3 = 0$). Pour obtenir plus de précision on parfait le réglage en déplaçant légèrement le curseur D autour de sa position initiale.

II-1-1 Déterminer la valeur de deux résistances inconnues X_1 et X_2 et indiquer les approximations faites.

II-1-2 Les résistances X_1 et X_2 étant montées en **série** entre A et B, **déterminer la résistance équivalente X_s et vérifier qu'aux erreurs près on a :** $X_s = X_1 + X_2$

II-1-3 Les résistances X_1 et X_2 étant montées en **parallèle** entre A et B, **déterminer la résistance équivalente $X_{//}$ et vérifier qu'aux erreurs près on a :** $\frac{1}{X_{//}} = \frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2}$

II - 2 - Méthode de mesure des résistances à l'aide d'un voltmètre et d'un ampèremètre

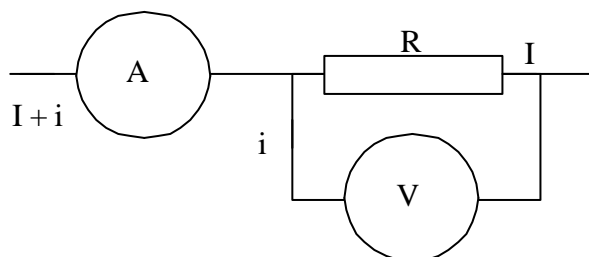
Principe : La valeur R d'une résistance soumise à une tension V et parcourue par un courant d'intensité I est :

$$R = \frac{V}{I}$$

L'incertitude relative sur R due à la mesure de V et I est donc: $\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta I}{I}$ (1)

A l'aide d'un ampèremètre (résistance interne ρ_A) et d'un voltmètre (résistance interne ρ_V) il est possible de réaliser deux montages permettant de déterminer R . Ces deux montages entraînent cependant, en plus des incertitudes déterminées par la relation (1), des erreurs systématiques dues à la méthode, erreurs que l'on va évaluer.

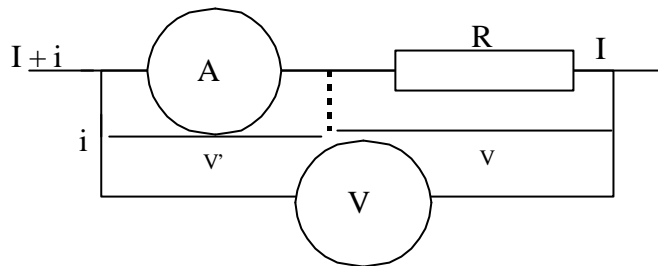
Montage court ou aval



On mesure la vraie valeur de V , il n'y a donc pas d'erreur systématique sur V , mais l'ampèremètre donne $I + i$, l'erreur systématique sur l'intensité est donc : $\Delta_s I = i = \frac{V}{\rho_v}$

L'erreur systématique relative qui en résulte sur R est : $\frac{\Delta_s R}{R} = \frac{\Delta_s I}{I} = \frac{V}{I \rho_v} = \frac{R}{r_v}$

Montage long ou amont



On mesure la vraie valeur de I , il n'y a donc pas d'erreur systématique sur I , mais le voltmètre donne $V' + V$, l'erreur systématique sur la tension est donc : $\Delta_s V = V' = \rho_A I$

L'erreur systématique relative qui en résulte sur R est : $\frac{\Delta_s R}{R} = \frac{\Delta_s V}{V} = \frac{\rho_A I}{V} = \frac{\rho_A}{R}$

$\left(\frac{\Delta_s R}{R}\right)_c$ est d'autant plus faible que ρ_v est grand devant R ; de même $\frac{\Delta_s R}{R}$ est d'autant plus faible que ρ_A est petit devant R .

Les erreurs systématiques dues aux deux méthodes sont égales pour : $\frac{R}{\rho_v} = \frac{\rho_A}{R}$

En résumé :

- si $R \ll \sqrt{r_A r_v}$ on utilise le montage court,
- si $R \gg \sqrt{r_A r_v}$ on utilise le montage long.

MANIPULATION

La résistance que l'on veut mesurer par l'une de ces deux méthodes est la résistance X_2 .

- Déterminer alors le montage approprié à cette résistance et mesurer X_2 .
- Evaluer l'erreur systématique et l'incertitude totale sur X_2 .

$$[\Delta X_2 = (\Delta X_2)_{\text{systématique}} + (\Delta X_2)_{\text{mesure}}]$$

- Comparer ce résultat avec celui obtenu avec la méthode du pont de Wheatstone. Commentaires.

On donne $r_V = 1000 \text{ W/ V}$

$r_A = 0,5 \text{ W}$ sur le calibre 0,2 A et $r_A = 0,2 \text{ W}$ sur le calibre 0,5 A.