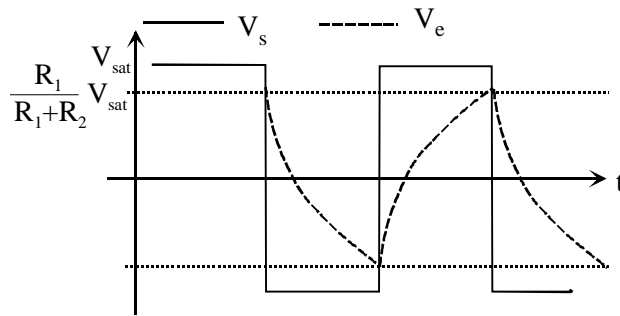
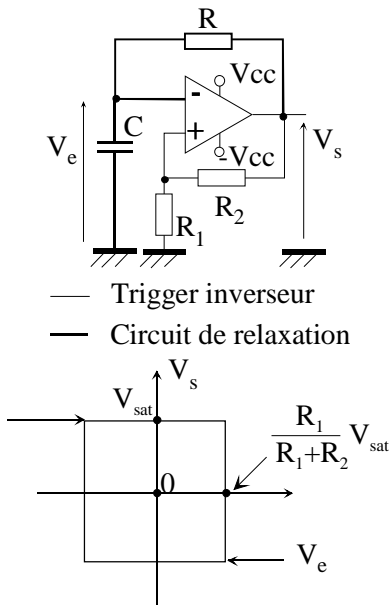


Synthèse et détection de fréquence

I - Astables et horloges

1) Astables à A. Op.

a) montage de base



$$t_1 = t_2 = RC \cdot \ln \left[\frac{R_2 + 2R_1}{R_2} \right]$$

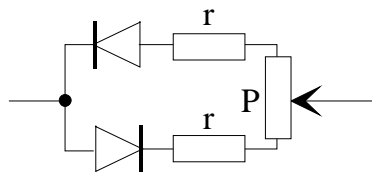
$$\delta = \frac{t_1}{t_1 + t_2} = 0.5 \text{ (rapport cyclique fixe)}$$

Note : pour déterminer le temps de charge (ou décharge) d'un condensateur C à travers une résistance R à partir d'une tension initiale $V_C(\text{init})$ on peut utiliser la formule :

$$V_C(t_x) = [V_C(\text{init}) - V_C(\text{fin})] \exp(-t_x/RC) + V_C(\text{fin})$$

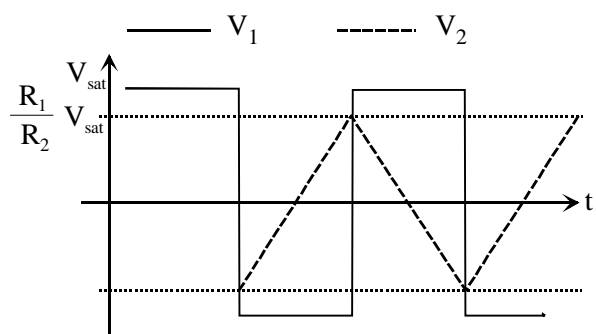
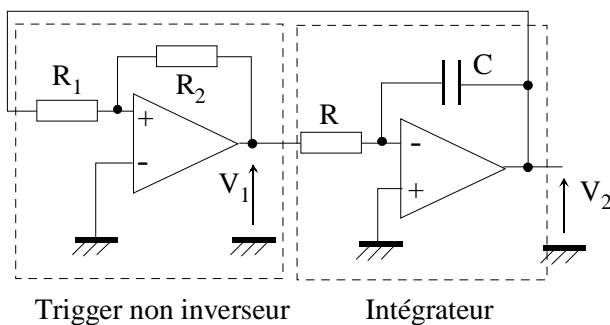
b) Réglage du rapport cyclique

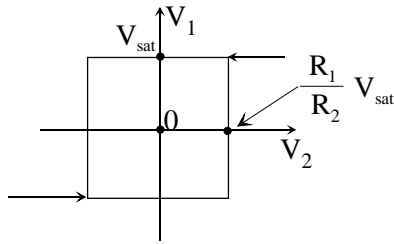
Il suffit de remplacer R par un aiguilleur à diode du type suivant :



Les résistances r empêchent l'annulation des constantes de temps de charge ou décharge lorsque le potentiomètre P est en butée.

c) Astable à intégrateur





$$R_1 < R_2$$

$$v_2(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_1(t) \cdot dt + v_2(0)$$

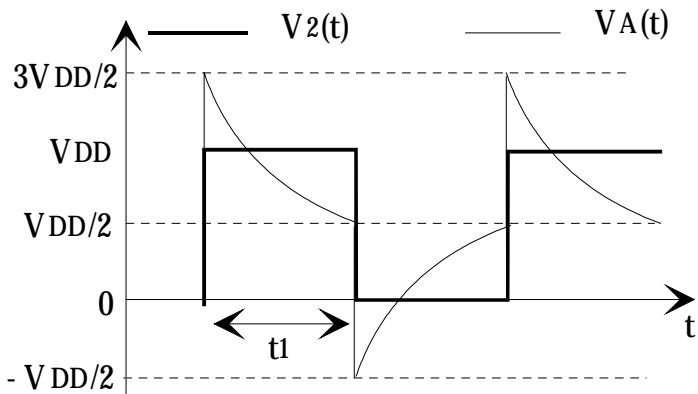
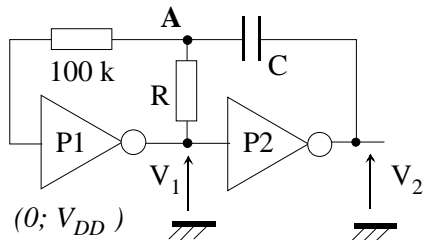
Détermination de la durée t_1 de l'état haut de

$v_1(t)$:

$$-\frac{R_1}{R_2} V_{sat} = -\frac{t_1}{RC} V_{sat} + \frac{R_1}{R_2} V_{sat}$$

$$\text{d'où } t_1 = 2 \cdot \frac{R_1}{R_2} \cdot RC$$

2) Astables à portes logiques



Avec des valeurs extrêmes ($-V_{DD}/2$ et $3V_{DD}/2$), la tension théorique $V_A(t)$ dépasse de part et d'autre la gamme de tension d'alimentation ($0 ; V_{DD}$). Ceci a pour effet de mettre en conduction les diodes de protection de l'entrée de la porte P1. La résistance de 100 k joue alors le rôle de limiteur de courant.

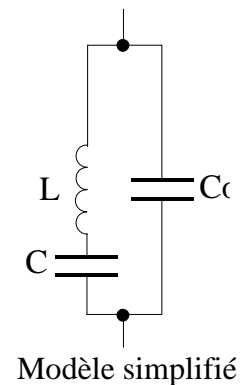
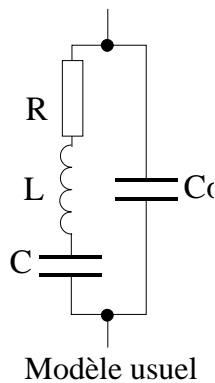
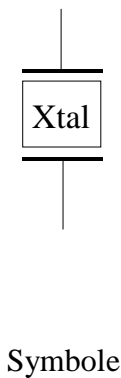
Expression théorique de la période T du signal de sortie :

$$T \approx 2 \cdot RC \cdot \ln(3)$$

3) Horloge à quartz

a) Propriétés du quartz

b) Modèles électriques du quartz



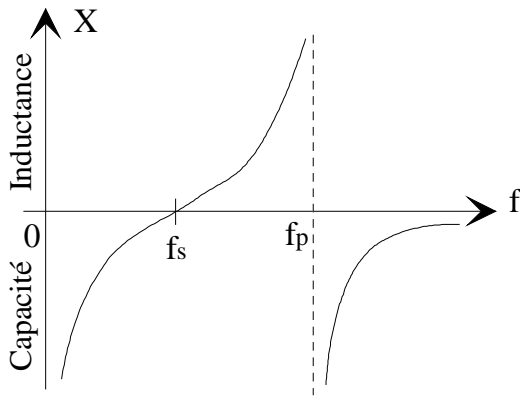
c) Impédance du quartz (en négligeant R)

$$Z(p) = \frac{\frac{1}{C_o p} \left(Lp + \frac{1}{C_p} \right)}{\frac{1}{C_o p} + Lp + \frac{1}{C_p}} = \frac{1}{C_o p} \cdot \frac{1 + \frac{1}{LCp^2}}{1 + \frac{1}{Lp^2} \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C_o} \right)}$$

Posons $\omega_s^2 = \frac{1}{LC}$ (pulsation de résonance série)

et $\omega_p^2 = \frac{1}{L} \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C_o} \right) = \frac{1}{L} \cdot \frac{C + C_o}{C \cdot C_o}$ (pulsation de résonance parallèle)

$$Z(j\omega) = jX \quad \text{avec} \quad X = -\frac{1}{C_o \omega} \left[\frac{1 - \left(\frac{\omega_s}{\omega} \right)^2}{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2} \right]$$



Ordre de grandeur :

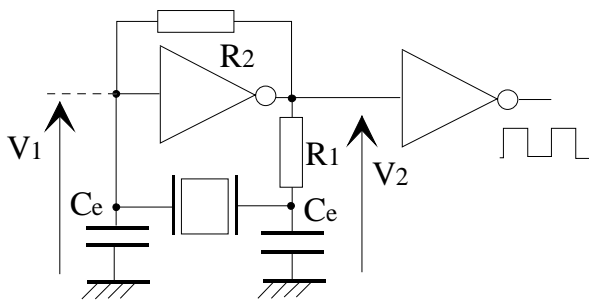
$C_o = 25 \text{ pF}$; $C = 0,05 \text{ pF}$; $L = 0,2 \text{ H}$

A.N. $f_s = 1,5915 \text{ MHz}$ et $f_p = 1,5931 \text{ MHz}$

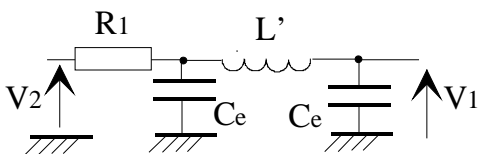
Le rapport :

$$\left(\frac{f_s}{f_p} \right)^2 = \frac{C_o}{C_o + C} \quad \text{est donc très proche de 1}$$

d) Exemple d'horloge



Dans la zone inductive, le circuit de réaction est équivalent à :



L'élément L' prend une des valeurs correspondant à la portion de courbe comprise entre f_s et f_p .

La f^{ct} de transfert de la boucle de retour s'écrit :

$$\frac{V_1}{V_2}(p) = \frac{1}{1 + 2R_1 C_e p + L' C_e p^2 + R_1 L' C_e^2 p^3}$$

$$\frac{V_1}{V_2}(j\omega) = \frac{1}{1 - L' C_e \omega^2 + j[2R_1 C_e \omega - R_1 L' C_e^2 \omega^3]}$$

Pour $\omega_o^2 = \frac{2}{L' C_e}$ avec $\omega_s < \omega_o < \omega_p$

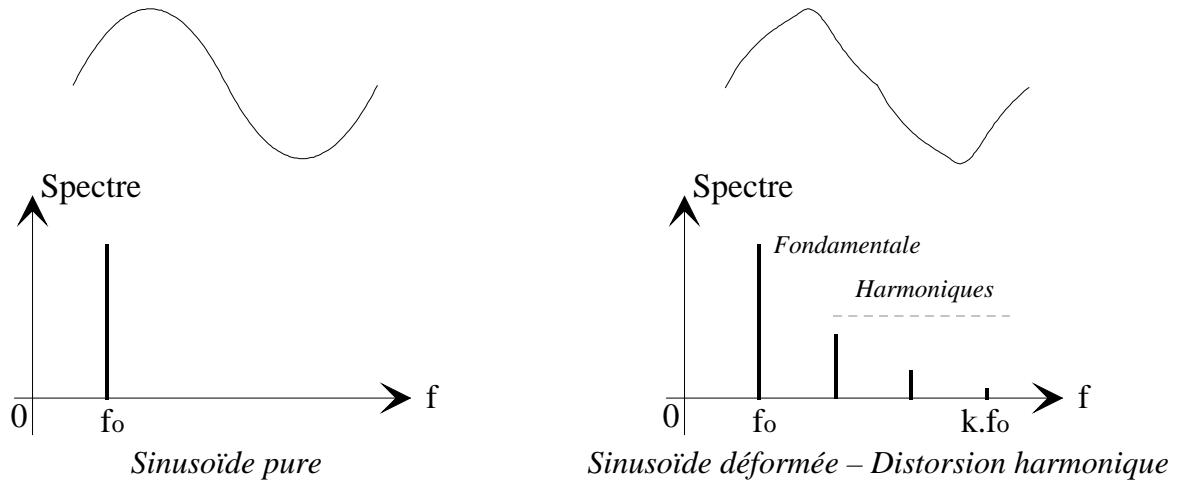
$$\frac{V_1}{V_2}(j\omega_o) = -1$$

La porte inerseuse joue alors le rôle d'amplificateur inverseur qui entretient les oscillations.

II - Générateurs sinusoïdaux

1) Caractéristiques d'un générateur sinus

Son rôle est de fournir un signal sinusoïdal de fréquence et d'amplitude stables avec un minimum de distorsion harmonique.



Le taux de distorsion harmonique totale est définie par

$$\text{DHT}(\%) = 100 \sqrt{\frac{\sum_{k \neq 1} a_k^2 + b_k^2}{a_1^2 + b_1^2}}$$

où a_k et b_k sont les coefficients de la décomposition en série de Fourier du signal $x(t)$.

$$a_k = \frac{1}{T_o} \int_{(T_o)} x(t) \cdot \cos(2\pi k \frac{t}{T_o}) dt \quad \text{et}$$

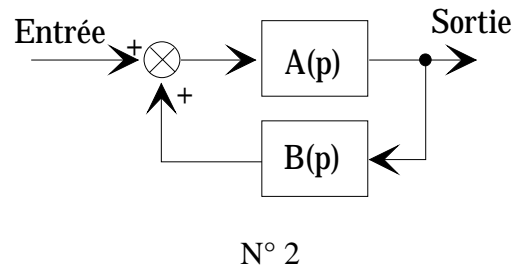
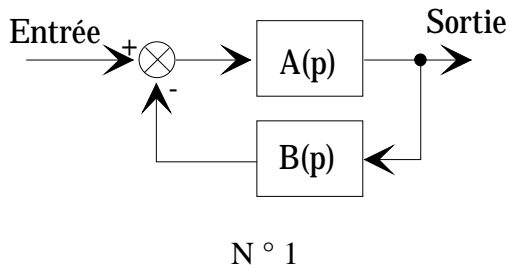
$$b_k = \frac{1}{T_o} \int_{(T_o)} x(t) \cdot \sin(2\pi k \frac{t}{T_o}) dt$$

On distinguera :

- Les oscillateurs dont le principe repose sur la réaction positive d'un amplificateur par un circuit de filtrage.
- Les générateurs sinus à conformateur qui procèdent par déformation d'un signal généralement triangulaire.
- Les synthétiseurs qui font usage de techniques numériques (à registre à décalage, à EPROM + CNA, oscillateur numérique à DSP)

2) Principe général d'un oscillateur sinus

a) Schéma bloc



b) Conditions théoriques d'oscillation (ou de Barkhausen)

* Schéma bloc N° 1 : $T(j\omega) = A.B(j\omega) = -1$

* Schéma bloc N° 2 : $T(j\omega) = A.B(j\omega) = 1 \rightarrow$

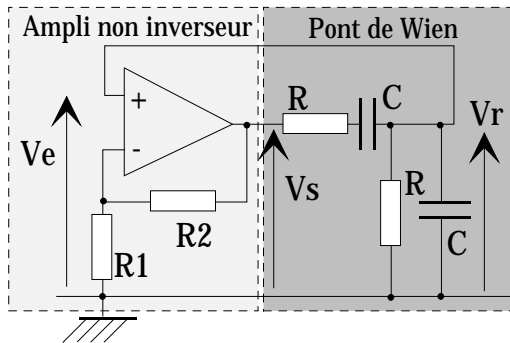
$$\text{Re}\{T(j\omega_0)\} = 1 \quad (1)$$

$$\text{et } \text{IM}\{T(j\omega_0)\} = 0 \quad (2)$$

(1) est une condition à respecter sur le gain. La condition (2) permet de déterminer la pulsation d'oscillation ω_0 .

3) Oscillateurs classiques BF

a) Pont de Wien



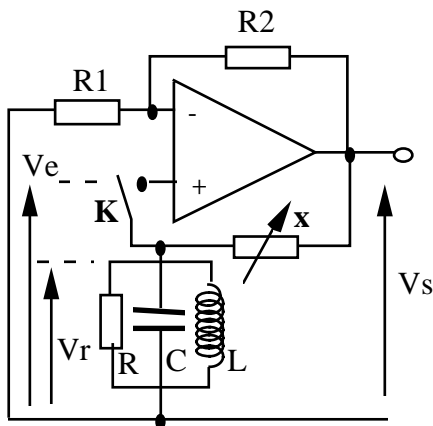
$$\frac{V_s}{V_e} = A(j\omega) = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{V_r}{V_s} = B(j\omega) = \frac{1}{3 + j\left(RC\omega - \frac{1}{RC\omega}\right)}$$

Conditions d'oscillation : $A.B(j\omega_0) = 1$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{RC} \quad \text{et} \quad 1 + \frac{R_2}{R_1} = 3$$

b) A circuit oscillant et résistance négative



En adoptant le même raisonnement que précédemment :

$$\frac{V_s}{V_e} = A(j\omega) = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

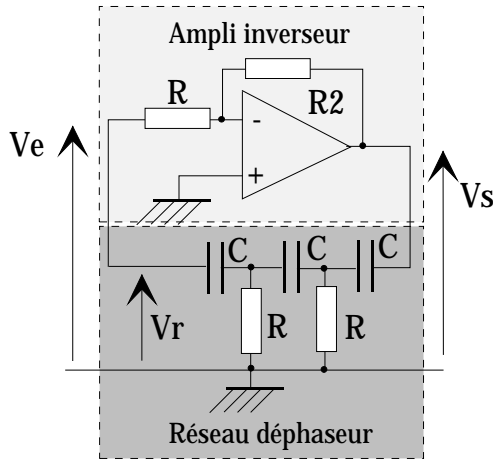
$$\frac{V_r}{V_s} = B(j\omega) = \frac{x}{x + Z(j\omega)} = \frac{1}{1 + \frac{x}{Z(j\omega)}}$$

$$\text{avec } \frac{1}{Z(j\omega)} = \frac{1}{R} + j\left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)$$

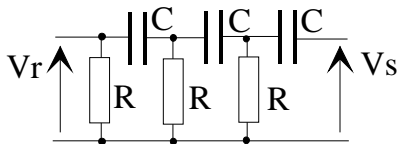
Conditions d'oscillation : $A.B(j\omega_0) = 1$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad x = \frac{R.R_2}{R_1}$$

c) A réseau de déphasage



L'impédance d'entrée de l'ampli inverseur étant R, la boucle de réaction possède le schéma équivalent :



$$\frac{V_s}{V_e} = A(j\omega) = -\frac{R_2}{R}$$

$$\frac{V_r}{V_s} = B(j\omega) = \frac{-jR^3C^3\omega^3}{1 - 6R^2C^2\omega^2 + j(5RC\omega - R^3C^3\omega)}$$

Conditions d'oscillation : $A \cdot B(j\omega_0) = 1$

La partie réelle du dénominateur de $B(j\omega)$ s'annule

pour $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{6 \cdot RC}}$

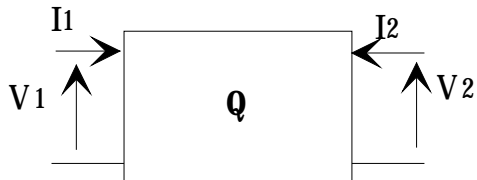
ce qui conduit à $B(j\omega_0) = \frac{-R^2C^2\omega^2}{5 - R^2C^2\omega^2} = -\frac{1}{29}$

$\Rightarrow \frac{R_2}{R} = 29$

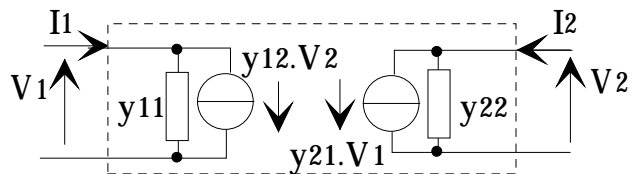
4) Oscillateurs classiques HF

a) Quadripôles - Matrice admittance

Considérons le quadripôle suivant :



Cette matrice caractérise complètement le quadripôle qui prend alors le schéma équivalent :



La matrice admittance [Y] est définie par

$$I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2$$

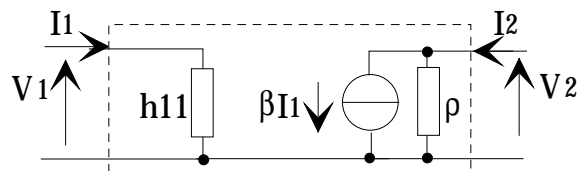
$$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2$$

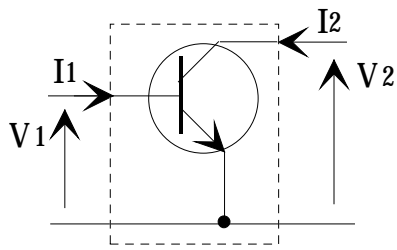
On détermine les paramètres y_{ij} par

$$y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0} ; y_{12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0} ; \text{etc...}$$

Exemple d'un transistor en émetteur commun Le modèle électrique "petits signaux" est :

(Les polarisations ne sont pas représentées)





On montre aisément que :

$$y_{11} = \frac{1}{h_{11}} ; y_{12} = 0$$

$$y_{21} = \frac{\beta}{h_{11}} ; y_{22} = \frac{1}{\rho} \approx 0$$

b) Conditions d'oscillation d'un quadripôle à entrée et sortie ouvertes

Dans ce cas $I_1 = I_2 = 0$

On obtient alors le système d'équation homogène :

$$y_{11}V_1 + y_{12}V_2 = 0$$

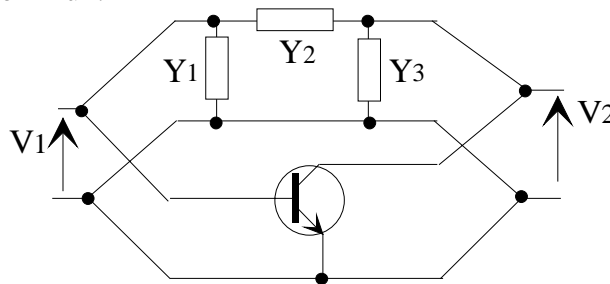
$$y_{21}V_1 + y_{22}V_2 = 0$$

Qui possède des solutions V_1 et V_2 différentes de 0 lorsque : **Det[Y] = $y_{11} \cdot y_{22} - y_{21} \cdot y_{12} = 0$** (E)

Le respect de (E) détermine les conditions d'entrée en oscillation du quadripôle.

c) Utilisation pour la synthèse d'oscillateur HF

Considérons l'association en parallèle d'un quadripôle passif en π (Q_π) et d'un quadripôle actif (Q_A) à transistor en émetteur commun.



Le quadripôle Q_π possède des éléments purement réactif (self ou capacité) , les éléments de sa matrice admittance sont par conséquent purement imaginaires.

L'ensemble forme un quadripôle unique à entrée et sortie ouvertes.

La matrice admittance de Q_π est : $[Y_\pi] = \begin{bmatrix} Y_1 + Y_2 & -Y_2 \\ -Y_2 & Y_2 + Y_3 \end{bmatrix}$

Celle de s'écrit : $[Y_A] = \begin{bmatrix} g_{11} & 0 \\ g_{21} & 0 \end{bmatrix}$

La matrice admittance du quadripôle résultant est donc : $[Y] = \begin{bmatrix} g_{11} + Y_1 + Y_2 & -Y_2 \\ g_{21} - Y_2 & Y_2 + Y_3 \end{bmatrix}$

Conditions d'oscillation

$$\text{Det}[Y] = g_{11}(Y_2 + Y_3) + Y_1Y_2 + Y_1Y_3 + Y_2Y_3 + g_{21}Y_2 = 0$$

Ce qui donne en séparant partie réelle et imaginaire :

$$Y_1(Y_2 + Y_3) + Y_2Y_3 = 0 \quad (1)$$

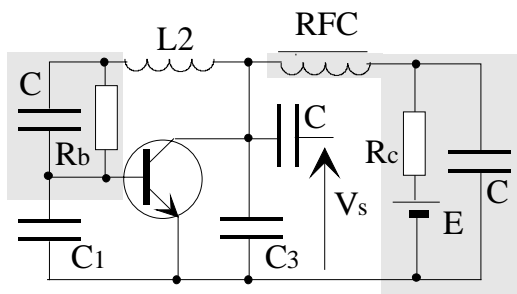
$$g_{11}(Y_2 + Y_3) + g_{21}Y_2 = 0 \quad (2)$$

Comme dans le cas d'un transistor en émetteur commun g_{11} et g_{21} sont positifs, les conditions précédentes imposent que :

- * Y_2+Y_3 soit de signe différent de Y_2
- * Y_1 et Y_3 soient de même signe
- * $g_{21} = \left(1 + \frac{Y_3}{Y_2}\right)g_{11}$

d) Exemple : l'oscillateur Colpitts

On choisit Y_1 et Y_3 des capacités et Y_2 une self. Par exemple : $Y_1 = C_1p$; $Y_3 = C_3p$ et $Y_2 = \frac{1}{L_2p}$



Les parties grisées concernent les éléments de polarisation du transistor.

Les conditions d'oscillation sont, avec $p = j\omega_0$:

$$(1) \Rightarrow C_1p \left(\frac{1}{L_2p} + C_3p \right) + \frac{C_3p}{L_2p} = 0$$

$$(2) \Rightarrow g_{11} \left(\frac{1}{L_2p} + C_3p \right) + g_{21} \frac{1}{L_2p} = 0$$

$$(1) \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{C_1 + C_3}{C_1 C_3 L_2}$$

$$(2) \Rightarrow \frac{g_{21}}{C_3} = \frac{g_{11}}{C_1} \Rightarrow \frac{g_{21}}{g_{11}} = \beta = \frac{C_3}{C_1}$$

5) Générateurs sinus à conformateur

Ce type de générateur délivre un signal approximativement sinusoïdal à partir d'un signal généralement triangulaire déformé par un conformateur à diodes, (figure ci-contre). La forme sinusoïdale est alors approchée par plusieurs segments de droite contigus de pente différente.

Supposons que $R_3 < R_2 < R_1$ et que $V_e(t)$ soit dans l'alternance positive.

* De $t = 0$ à $t = t_1$, aucune diode n'est passante et on a en sortie :

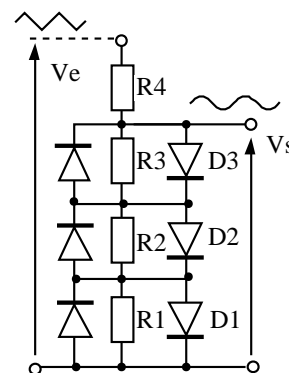
$$V_s(t) = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} V_e(t)$$

* A $t = t_1$, la diode D_1 conduit donc :

$$0.6 V = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} V_e(t_1)$$

* De $t = t_1$ à $t = t_2$, seule D_1 est passante d'où

Exemple de conformateur sinus passif



Ainsi, durant la partie croissante de l'alternance positive de $V_e(t)$, la tension de sortie $V_s(t)$ prend successivement 4 segments de pente :

$$V_s(t) = 0,6 + \frac{R_2 + R_3}{R_2 + R_3 + R_4} [V_e(t) - 0,6]$$

* A $t = t_2$, la diode D_2 se met à conduire d'où :

$$0,6 V = \frac{R_2}{R_2 + R_3 + R_4} [V_e(t_2) - 0,6]$$

* De $t = t_2$ à $t = t_3$, D_1 et D_2 sont passantes :

$$V_s(t) = 1,2 + \frac{R_3}{R_3 + R_4} [V_e(t) - 1,2]$$

* A $t = t_3$, D_3 se met à conduire d'où :

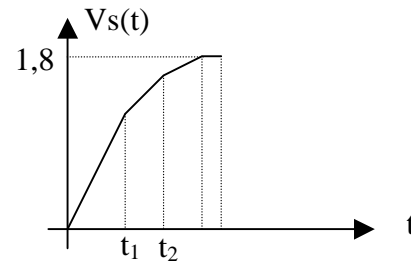
$$0,6 V = \frac{R_3}{R_3 + R_4} [V_e(t_3) - 1,2]$$

* A partir de t_3 , $V_s(t) = 1.8 V$

$$\frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}; \frac{R_2 + R_3}{R_2 + R_3 + R_4};$$

$$\frac{R_3}{R_3 + R_4} \text{ et } 0$$

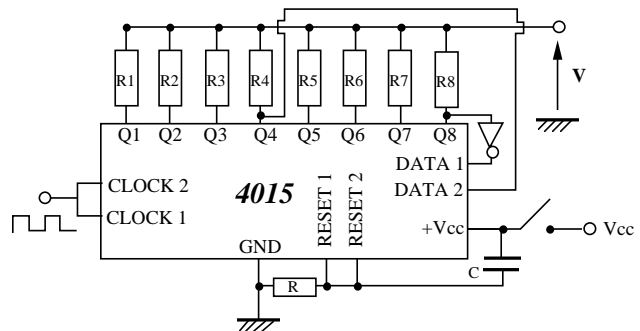
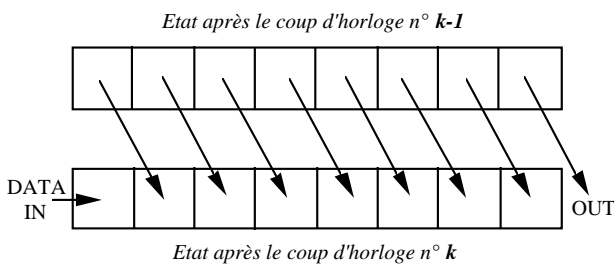
Exemple d'approximation d'une sinusoïde par des segments de droites.



Calcul des valeurs des résistances fait en TD

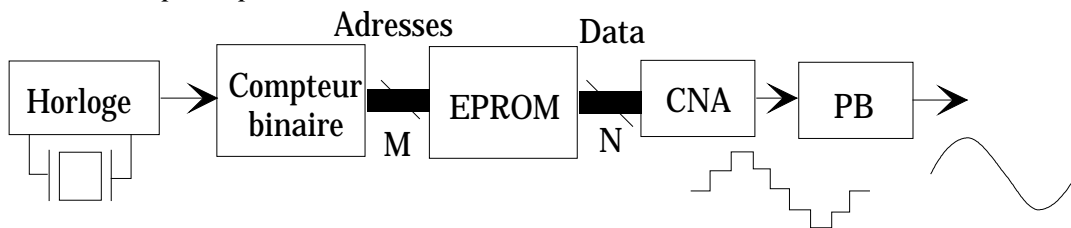
6) Synthétiseurs de sinus

a) Avec registre à décalage et réseau résistif

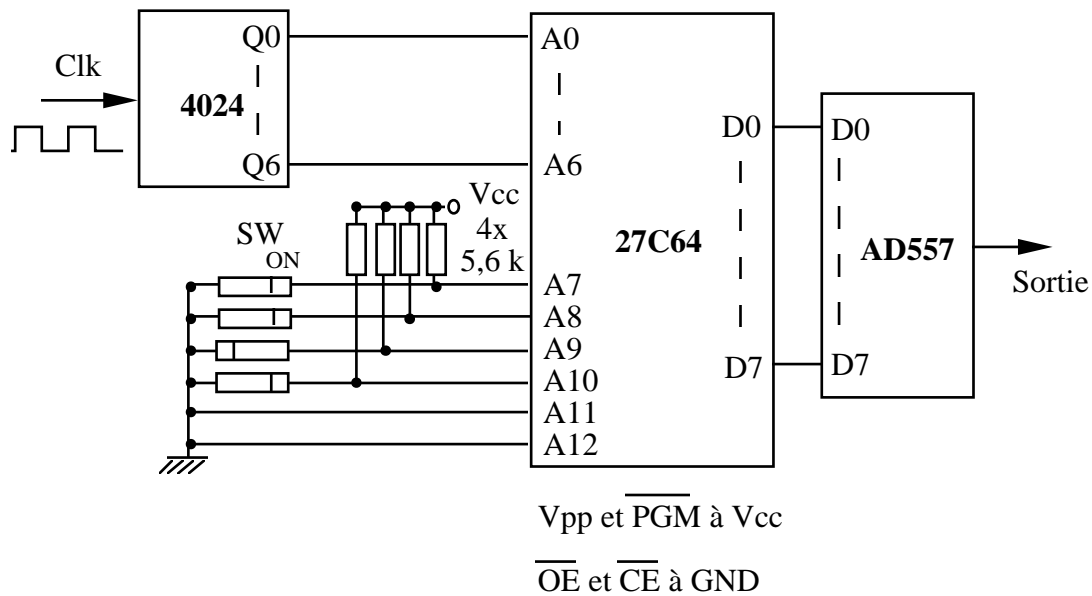


b) A mémoire + CNA

* Schéma de principe



* Exemple



c) Oscillateur numérique à DSP

La synthèse est réalisé par un algorithme récurrent qui permet le calcul des amplitudes successives d'un signal sinus échantillonné.

Considérons le signal sinusoïdal analogique : $x(t) = \sin(\omega_0 t)$ avec $\omega_0 = 2\pi/T_0$

Sa version échantillonnée avec la période T_e s'écrit : $x_k = x(t = k \cdot T_e) = \sin(k \cdot 2\pi \frac{T_e}{T_0}) = \sin(ka)$

en posant $a = 2\pi \frac{T_e}{T_0}$

$$\sin[(k+1)a] = x_k \cdot \cos(a) + \cos(k \cdot a) \cdot \sin(a) \quad (1)$$

$$\cos[(k+1)a] = \cos(k \cdot a) \cdot \cos(a) - x_k \cdot \sin(a) \quad (2)$$

$$(1) \rightarrow \cos(ka) = \frac{1}{\sin(a)} [x_{k+1} - x_k \cdot \cos(a)] \Rightarrow \cos[(k+1)a] = \frac{1}{\sin(a)} [x_{k+2} - x_{k+1} \cdot \cos(a)]$$

$$(2) \rightarrow \cos[(k+1)a] = \frac{\cos(a)}{\sin(a)} [x_{k+1} - x_k \cdot \cos(a)] - x_k \cdot \sin(a)$$

En comparant les deux expressions de $\cos[(k+1)a]$, il vient immédiatement :

$$x_{k+1} \cdot \cos(a) - \cos^2(a) \cdot x_k - \sin^2(a) \cdot x_k = x_{k+2} - x_{k+1} \cdot \cos(a)$$

$$\Rightarrow x_{k+2} - 2 \cdot x_{k+1} \cdot \cos(a) + x_k = 0 \quad (E)$$

Avec les deux conditions initiales :

$$x_0 = \sin(0) = 0 \text{ et } x_1 = \sin(a)$$

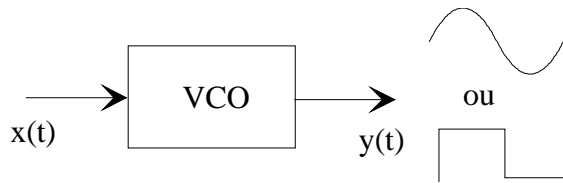
La récurrence (E) permet de déterminer successivement tous les échantillons de la sinusoïde

Par exemple : (E) $\rightarrow x_2 = 2 \cdot \cos(a) \cdot x_1 - x_0 = 2 \cos(a) \cdot \sin(a) = \sin(2a)$ etc...

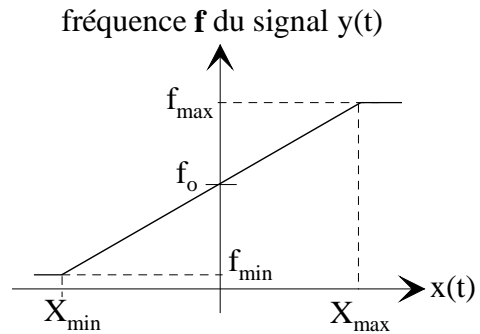
Cet algorithme ne demande qu'une multiplication et une addition.

III – Oscillateurs commandés en tension (ou convertisseur tension → fréquence)

1) Définition

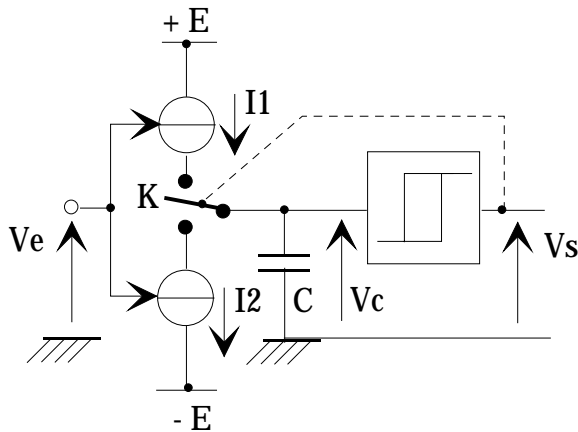


Le VCO génère un signal périodique y(t) (carré ou sinus) dont la fréquence est une fonction linéaire de l'amplitude instantanée de x(t).
Le VCO est l'élément incontournable des modulateurs de fréquence.



2) Astable à courant commandé

a) Schéma de principe

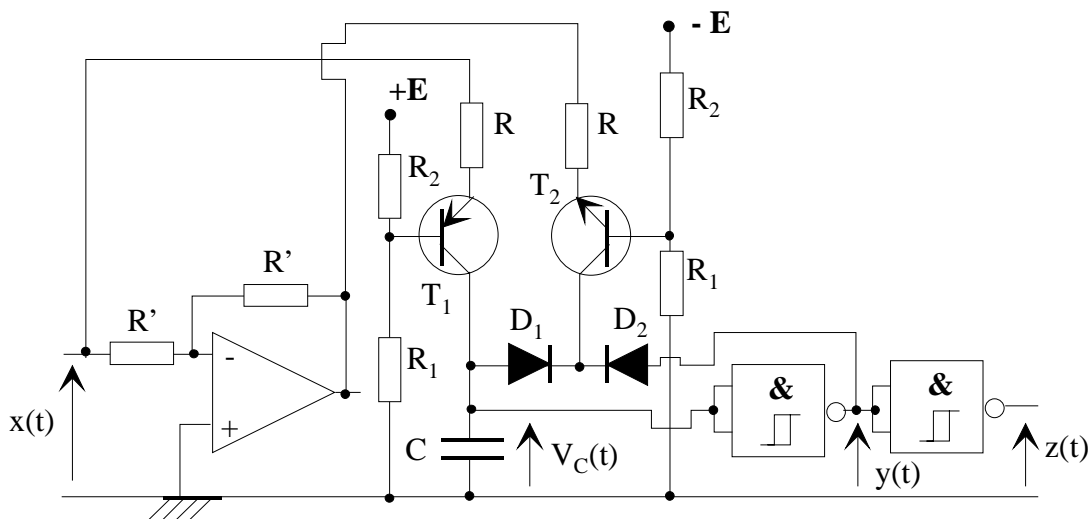


Si $I_1 = I_2 = I = \text{constante}$.
la variation de tension $V_C(t)$ est linéaire.

$$\frac{\Delta V_C}{\Delta t} = \frac{I}{C}$$

Le contrôle de l'intensité du courant I par la tension d'entrée V_e permet d'obtenir une variation de fréquence du signal V_C proportionnelle à la variation de V_e .
Le signal V_s est un signal carré modulé en fréquence par V_e .

b) Exemple



Etude réalisée en TD

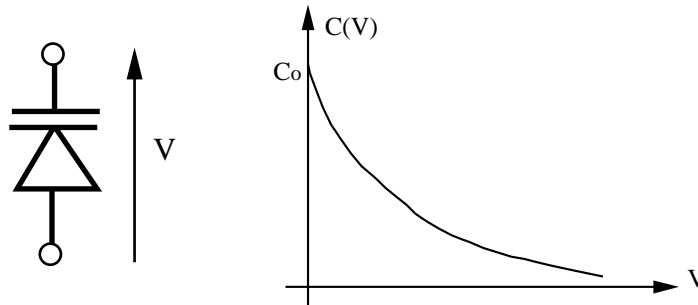
3) VCO à diode varicap

a) Propriété des diodes varicap

Ce type de diode polarisée en inverse présente une capacité qui décroît avec la tension selon une loi

(approchée) du type : $C(V) = \frac{C_0}{(1 + \frac{V}{V_0})^{0,5}}$; C_0 et V_0 sont des constantes.

Note : l'exposant $n = 0.5$ est valable pour les varicap de type planar-épitaxial.



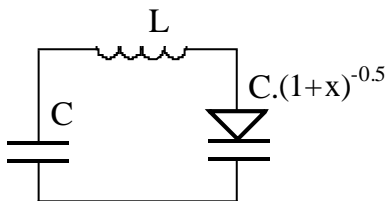
Ordre de grandeur des valeurs courantes rencontrées : $V_0 = 0,7$ volt ; $V_{min} < V < V_{max}$
 $V_{min} = 2$ volt ; $V_{max} = 20$ V et $C_0 = 30$ pf

b) Oscillateur à diode varicap

La diode varicap polarisée en inverse est utilisée en lieu et place d'un condensateurs du circuit résonant constituant le cœur d'un oscillateur.

L'application d'une tension de polarisation variable permet d'obtenir la modulation de la fréquence de l'oscillateur.

Exemple : Considérons le circuit résonant suivant :
 (la polarisation de la diode varicap n'est pas représentée).



x représente les variations relatives du signal de polarisation. x est en général très inférieur à 1.

En notant $C' = C(1+x)^{-0.5}$, la pulsation d'oscillation est donnée par l'expression : $L \frac{CC'}{C+C'} \omega_0^2 = 1$

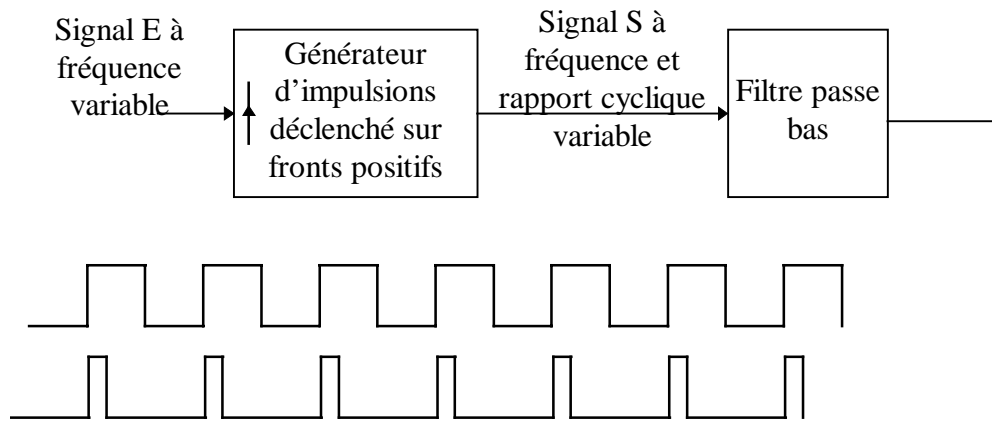
En remplaçant C' par son expression en fonction de C , on obtient après développements limités :

$$\frac{LC}{2} \omega_0^2 \left(1 - \frac{x}{4}\right) = 1 \quad \text{d'où} \quad \omega_0 \approx \sqrt{\frac{2}{LC}} \cdot \left(1 + \frac{x}{8}\right)$$

Les variations de la fréquence de sortie de l'oscillateur sont linéaires avec x pour $x \ll 1$

IV – Convertisseurs fréquence → tension

1) Par modulation du rapport cyclique d'un signal carré



Le monostable, déclenché par le signal E, délivre des impulsions de largeur constante τ .

Soit $f = 1/T$ la fréquence du signal E

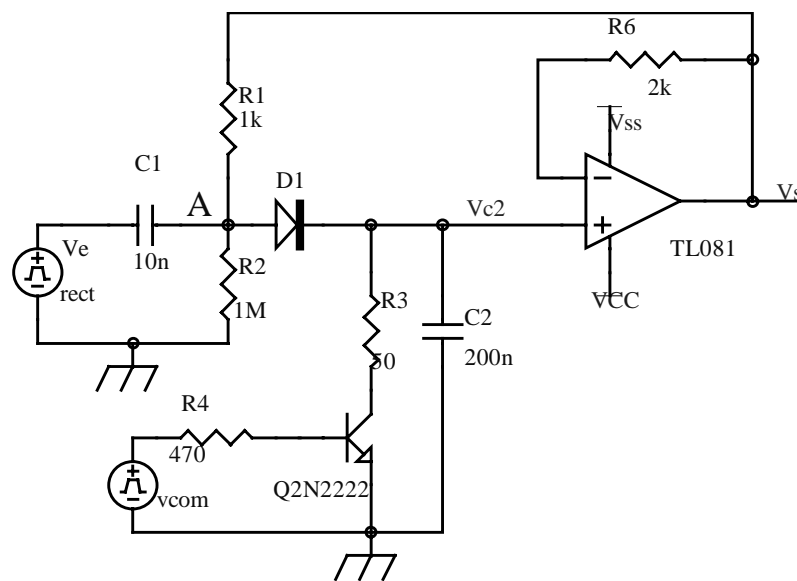
La condition $T > \tau$ doit être vérifiée pour éviter le chevauchement temporel des impulsions du monostable.

Lorsque cette condition est respectée le rapport cyclique δ du signal S peut s'écrire :

$$\delta = \frac{\tau}{T} = \tau \cdot f . \text{ On constate que } \delta \text{ est une fonction linéaire de la fréquence } f .$$

La valeur de δ est obtenue après filtrage PB du signal S.

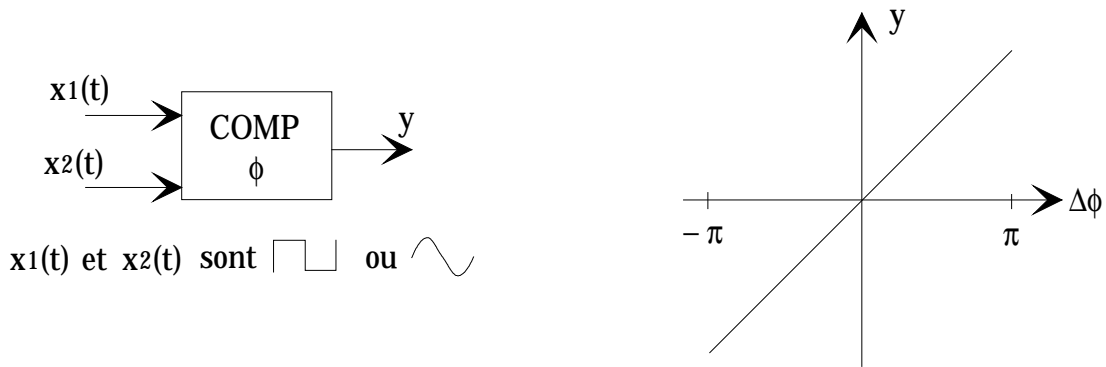
2) Convertisseur de type pompe à diode



Etude faite en TD

V – Comparateurs de phase

1) Définition



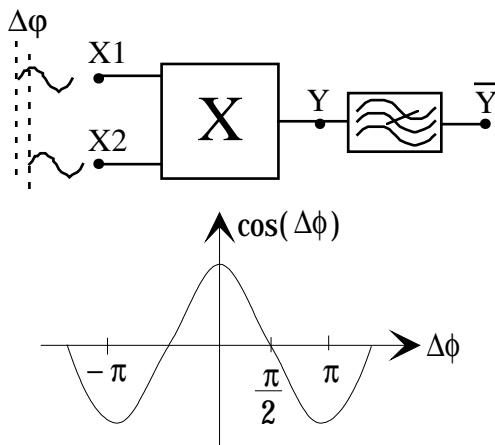
Les applications des comparateurs de phase sont multiples. Elles concernent entre autres :

- Les boucles à verrouillage de phase.
- Les systèmes à modulation angulaire.
- Certaines méthodes de mesure de position ...

2) Comparateurs de phase analogiques

a) A multiplieur analogique

Principe



En supposant que :

$$x_1(t) = \sin(\omega t + \phi_1) \text{ et } x_2(t) = \sin(\omega t + \phi_2)$$

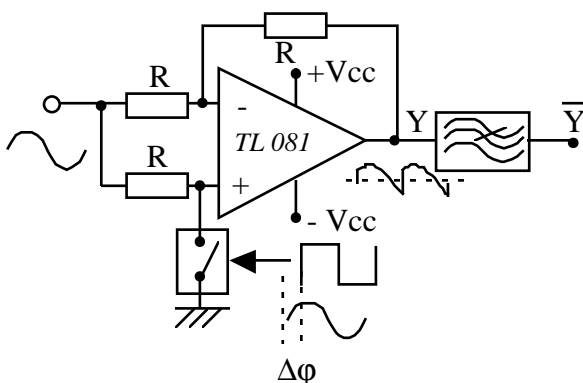
$$y(t) = \frac{1}{2} [\cos(\Delta\phi) - \cos(2\omega t + \phi_1 + \phi_2)]$$

$$\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$$

Le filtrage PB élimine la composante de pulsation 2ω . Le signal résiduel est alors proportionnel à la fonction $\cos(\Delta\phi)$ qui présente une linéarité acceptable pour des déphasages proches de $\pm \pi/2$.

b) A multiplieur à découpage

Principe



Dans ce montage, l'A. Op. réalise un amplificateur de gain alternativement égal à 1 et -1 suivant le rythme de commande de l'interrupteur.

* Le gain = -1 lorsque l'interrupteur est **fermé**.

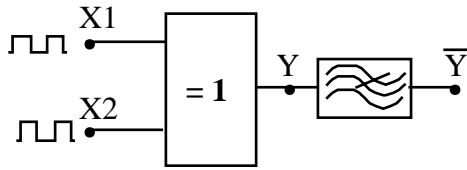
* Le gain = 1 lorsque l'interrupteur est **ouvert**.

Le signal de sortie $y(t)$ représente ainsi le produit entre le signal d'entrée et le signal de commande.

Lorsque ces deux signaux sont synchrones, la valeur moyenne de $y(t)$, obtenue après le filtre PB, est proportionnelle au déphasage entre les signaux.

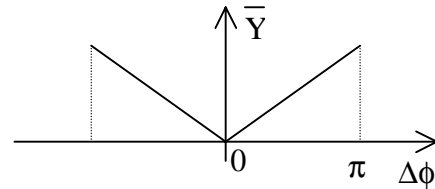
3) Comparateurs de phase numériques

a) Comparateur de phase à circuit combinatoire (ou exclusif)

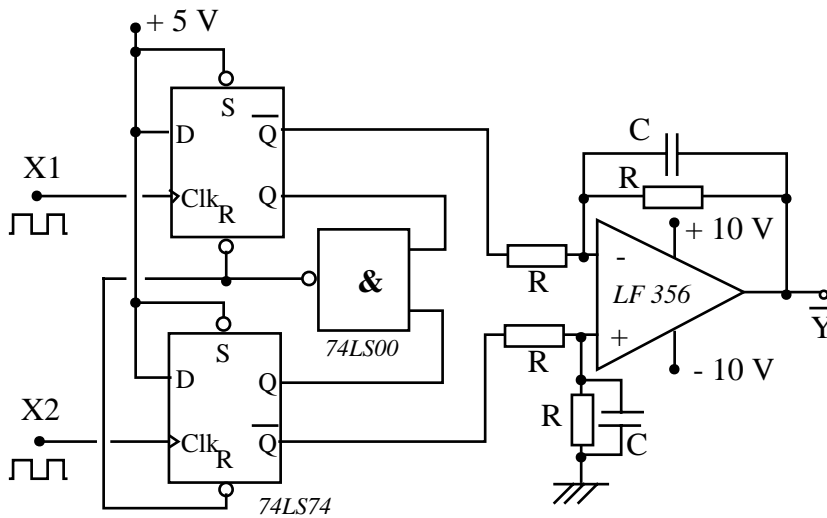


Le "ou exclusif" délivre un signal dont le rapport cyclique δ est proportionnel à $\Delta\phi$.
 $\delta = 0$ lorsque les signaux sont en phase et $\delta = 1$ lorsqu'ils sont en opposition de phase.
 Après filtrage PB on obtient un signal continu dont l'amplitude est une fonction linéaire de $\Delta\phi$.

$x_1(t)$ et $x_2(t)$ sont ici deux signaux carrés supposés synchrones, de période T_0 . Soit Δt leur décalage temporel. On note : $\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta t}{T_0}$



b) Comparateur de phase séquentiel



Etude faite en TD