

INHOUDSOPGAVE MAGNETISME

1. HET ELEKTRISCH VELD	1
1.1 Veldlijnen rondom elektrische ladingen	1
1.2 De Elektrische veldsterkte E	2
1.3 Krachten op elektrische ladingen	3
1.3.1 Wet van Coulomb	4
1.4 Spanningspotentialen in elektrische velden	5
1.4.1 De spanning in een elektrisch veld	5
1.4.2 Spanning U tussen twee gelijke ladingen op een afstand l	6
1.5 Ladingen in een condensator	8
1.6 Isoleerstoffen in het elektrisch veld	10
1.6.1 Ladingsverschuiving in isoleerstoffen	10
1.6.2 Veld- of diëlectrische konstante	11
1.6.3 Capaciteit van een plaatcondensator	14
1.7 Schakelen van condensatoren	15
1.7.1 Serieschakeling	15
1.7.2 Parallelschakeling	16
1.7.3 Gemengde schakeling	18
1.8 In- en uitschakelgedrag van condensatoren	19
1.8.1 Inschakelen (laden)	19
1.8.2 Uitschakelen (ontladen)	24

2. HET MAGNETISCH VELD	29
2.1 Voorkomende magnetische velden	29
2.1.1 Het magnetisch veld rondom een permanente magneet	29
2.1.2 Het magnetisch veld rondom een stroomvoerende geleider	30
2.1.3 Het magnetisch veld rondom een stroomvoerende spoel	31
2.2 Grootheden van magnetische velden	32
2.2.1 De magnetische poolsterkte	32
2.2.2 De magnetische flux	32
2.2.3 Fluxdichtheid of magnetische inductie B	33
2.2.4 De magnetische veldsterkte	34
2.3 Verband tussen magnetische veldsterkte en stroomsterkte	35
2.3.1 De wet van Maxwell	35
2.3.2 De veldsterkte binnen een luchtspoel	36
2.3.3 Veldsterkte binnen een spoel met een homogeen ferromagneticum.	37
2.3.4 Veldsterkte binnen een spoel met een niet homogeen ferromagneticum	38
2.3.5 Veldsterkte op afstand s van een rechte geleider	39
2.3.6 Veldsterkte in een spoel als $l \approx d$	40
2.4 Verband tussen magnetische veldsterkte en magnetische inductie	40
2.4.1 inductie $B = f(H)$ voor een luchtspoel	41
2.4.2 $B = f(H)$ voor een spoel met ferromagnetisch materiaal	42
2.4.3 De Hysteresislus	47
2.4.4 Verschillende hysteresislussen	49
2.4.5 Magnetiseringsarbeid- en verlies	50
2.5 Het magnetisch circuit	53
2.5.1 Wet van Hopkinson	53
2.5.2 De magnetische spanning	54
2.5.3 De magnetische weerstand	55
2.5.4 Voorbeelden	58
2.6 Krachten in het magnetisch veld	61
2.6.1 Inleiding	61
2.6.2 Kracht op een bewegend elektron in een magnetisch veld	61
2.6.3 Kracht op een stroomvoerende geleider in een magnetisch veld	62
2.6.4 Kracht tussen twee evenwijdige stroomvoerende geleiders	65
2.6.5 Toepassingen van magnetische krachtwerking	68
2.7 Elektromagnetische inductie	69
2.7.1 Inleiding	69
2.7.2 De wet van Lenz	69
2.7.3 De inductiewet van Faraday	69
2.7.4 Beweging van magneet naar- of van een spoel	70
2.7.5 Bewegende winding in een homogeen veld	71
2.7.6 Roterende winding in een homogeen veld	72
2.7.7 Spanning van zelfinductie	77
2.7.8 Spanning van wederzijdse inductie	80
2.8 In- en uitschakelen van een RL - combinatie	84

Magnetisme

1. HET ELEKTRISCH VELD

1.1 Veldlijnen rondom elektrische ladingen

Een voorwerp is elektrisch geladen als het te veel of te weinig elektronen heeft. Een teveel aan elektronen resulteert in een negatieve lading (-), een tekort aan elektronen (teveel positieve kernen) in een positieve lading.

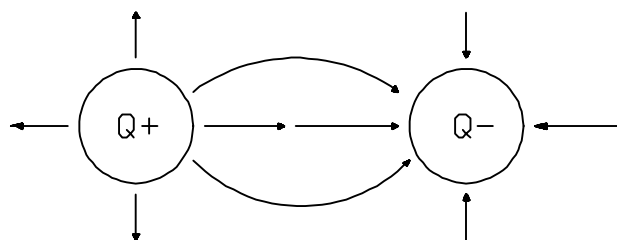
Proefondervindelijk kan vastgesteld worden dat ladingen met hetzelfde teken elkaar afstoten, ladingen met een verschillend teken trekken elkaar aan.

In de omgeving van een lading heerst dus een krachtenveld, dat elektrisch veld genoemd wordt. Dit krachtenveld kan voorgesteld worden door denkbeeldige krachtlijnen of **veldlijnen** te tekenen. Deze veldlijnen zijn in feite de banen die een vrij bewegende positieve of negatieve lading zou volgen in het elektrische veld.

De zin van de veldlijnen wijst steeds van + naar -.

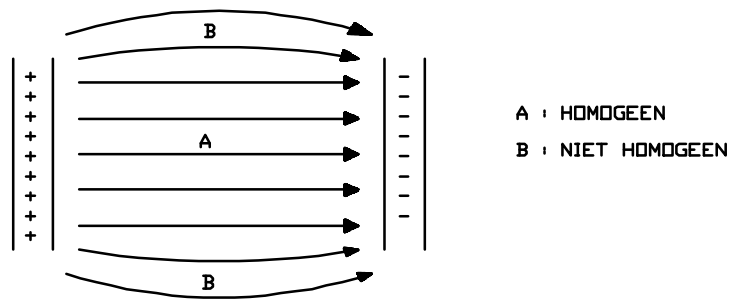
Veldlijnen snijden elkaar nooit, en ze staan steeds loodrecht op het oppervlak van het voorwerp waarop ze toekomen of van waaruit ze vertrekken.

Omdat het veld in onderstaande figuur veroorzaakt wordt door stilstaande ladingen, noemen we het ook wel een elektrostatisch veld.



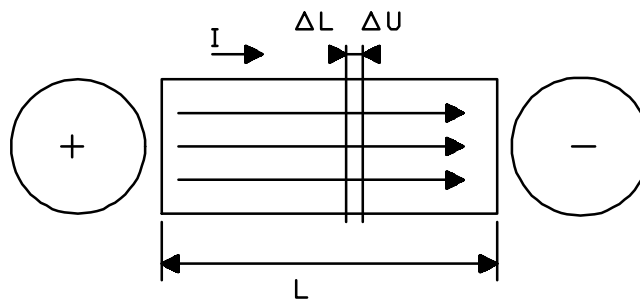
figuur 1.A Elektrisch veld rond een lading

Indien de veldlijnen uniform verdeeld zijn over de ruimte tussen twee ladingen, kunnen we zoals in volgende figuur spreken van een homogeen veld.



figuur 1.B Homogeen en niet homogeen veld

1.2 De Elektrische veldsterkte E



figuur 1.C : elektrische veldsterkte

De elektrische veldsterkte in een niet homogeen veld is

$$E = \frac{\Delta U}{\Delta l}$$

in een homogeen veld geeft dit :

$$E = \frac{U}{l}$$

waarin :
 E = veldsterkte
 U = spanningsverschil tussen + en - lading
 l = afstand tussen + en - lading evenwijdig met de veldlijnen gemeten.

De eenheid van elektrische veldsterkte E is :

$$\left[\frac{V}{m} \left(\frac{\text{Volt}}{\text{meter}} \right) \right]$$

C

In het verdere verloop van de cursus veronderstellen we steeds, tenzij uitdrukkelijk vermeld, dat we te maken hebben met homogene velden.

voorbeeld 1.

Bereken de veldsterkte tussen een hoogspanningsleiding van 380kV en de aarde (0 V) als deze leiding 25m boven de aarde hangt.

$$E = \frac{U}{l} = \frac{380 \cdot 10^3}{25} \frac{V}{m} = 15200 \frac{V}{m} = 15,2 \frac{kV}{m}$$

1.3 Krachten op elektrische ladingen

Elektrische stroom in een stroomkring is een verplaatsing van vrije elektronen. Deze verplaatsing wordt veroorzaakt doordat het elektrische veld een kracht uitoefent op deze vrije elektronen.

In formulevorm kunnen we schrijven dat :

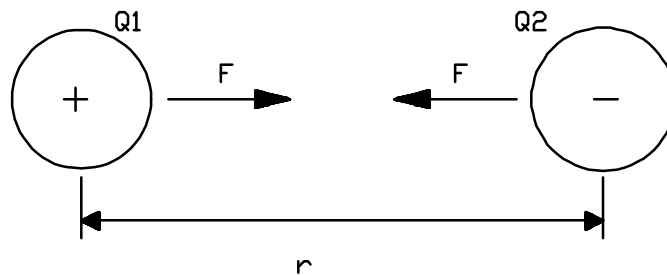
$$\text{Veldsterkte} = \frac{\text{kracht}}{\text{lading}} \quad - \quad E = \frac{F}{Q}$$

Als we hierop een eenheidscontrole doen vinden we :

$$\left[E = \frac{F}{Q} = \frac{N}{A \cdot s} = \frac{\frac{W \cdot s}{m}}{A \cdot s} = \frac{V \cdot A}{A \cdot m} = \frac{V}{m} \right]$$

1.3.1 Wet van Coulomb

De wet van coulomb geeft de kracht tussen twee ladingen Q_1 en Q_2 die zich op een afstand r van elkaar in de lucht of het luchtledige bevinden.



figuur 1.D kracht tussen twee ladingen

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \epsilon_0}$$

waarin : $4\pi r^2$ = oppervlakte van een bol
 ϵ_0 = evenredigheidsconstante = $8,85 \cdot 10^{-12} \frac{A \cdot s}{V \cdot m}$
 Q_1 en Q_2 : de grootte van de ladingen (in A.s)

Ladingen met gelijk teken stoten elkaar af, ladingen met een verschillend teken trekken elkaar aan. Dit heeft tot gevolg dat :

Als de kracht F positief is stoten de elektronen elkaar af, als de kracht negatief is trekken ze elkaar aan.

Ook hier kunnen we een eenheidskontrolle uitvoeren :

$$[F = \frac{A \cdot s \cdot A \cdot s}{\frac{A \cdot s}{V \cdot m} \cdot m^2} = \frac{V \cdot A \cdot s}{m} = \frac{W \cdot s}{m} = \frac{N \cdot m}{m} = N]$$

voorbeeld 2.

Bereken de kracht tussen twee elektronen die zich op een afstand r van $1\mu\text{m}$ van elkaar bevinden.

$$Q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ A.s} \quad r = 1\mu\text{m} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$F = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{4 \cdot \pi \cdot (1 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} = 2,3 \cdot 10^{-6} \text{ N} \quad F \text{ is positief , dus : afstoting}$$

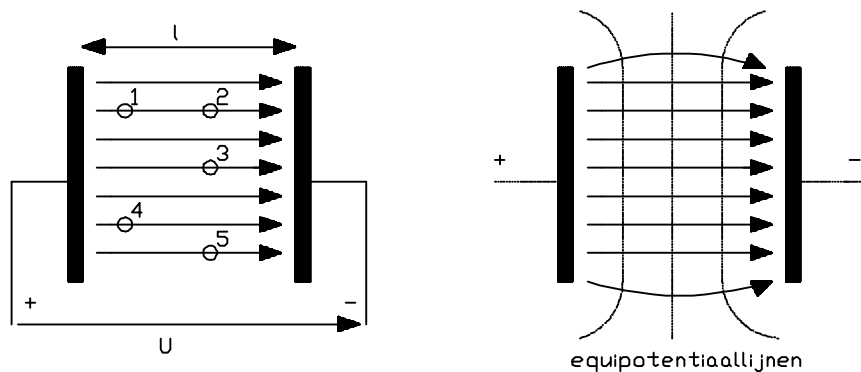
1.4 Spanningspotentialen in elektrische velden

1.4.1 De spanning in een elektrisch veld

De veldsterkte werd eerder gedefinieerd als spanning per veldlijnlengthe. Voor een deel van deze veldlijnlengthe zal dus ook een deel van deze spanning gelden.

Als bewijs kunnen we het spanningsverschil meten in de ruimte tussen twee metaalplaten die op een verschillend potentiaal staan.

Tussen deze platen hebben we een homogeen verdeeld veld. (zie figuur)



figuur 1.E spanning in een elektrisch veld

We kunnen zo constateren dat :

$$U_{12} = U_{13} = U_{14} = U_{15} = U_{42} = U_{43} = U_{45}$$

$$U_{14} = U_{23} = U_{35} = 0$$

De grootte van de spanning is dus evenredig met de veldlijnlengthe tussen twee punten. Als al de punten op dezelfde potentiaal met elkaar verbonden worden, krijgen we equipotentiaallijnen. Deze equipotentiaallijnen staan loodrecht op de veldlijnen.

1.4.2 Spanning U tussen twee gelijke ladingen op een afstand l

Voor twee ladingen Q op een afstand L van elkaar kunnen we schrijven dat :

$$E = \frac{U}{l} \quad \text{en} \quad E = \frac{F}{Q}$$

⇓

$$\frac{U}{l} = \frac{F}{Q}$$

$$U = l \cdot \frac{F}{Q}$$

met de wet van Coulomb $F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \pi \cdot l^2 \cdot \epsilon_0}$ vinden we :

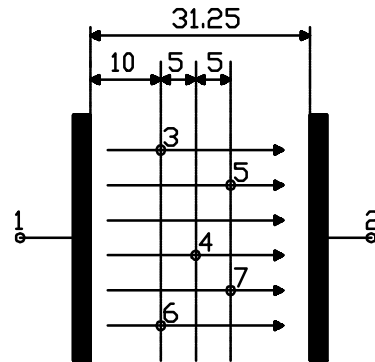
$$U = l \cdot \frac{F}{Q} = l \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \pi \cdot l^2 \cdot \epsilon_0 \cdot Q}$$

$$\boxed{U = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot l \cdot \epsilon_0}}$$

Eenheidscontrole op deze formule geeft :

$$[U = \frac{\frac{A \cdot s}{A \cdot s}}{\frac{V \cdot m}{V \cdot m}} \cdot m = \frac{I}{V} = V(\text{Volt})]$$

voorbeeld 3.



figuur 1.F voorbeeld spanningspotentialen in elektrisch veld

gegeven : $l = 31.25 \text{ mm}$

$U = 100 \text{ V}$

gevraagd: $U_{13}, U_{45}, U_{36}, U_{72}, U_{51}$

oplossing :

$$E = \frac{U_{12}}{l_{12}} = \frac{100\text{V}}{31,25\text{mm}} = 3,2 \frac{\text{V}}{\text{mm}}$$

$$U_{13} = E \cdot l_{13} = 3,2 \frac{\text{V}}{\text{mm}} \cdot 10\text{mm} = 32\text{V}$$

$$U_{45} = E \cdot l_{45} = 3,2 \frac{\text{V}}{\text{mm}} \cdot 5\text{mm} = 16\text{V}$$

$$U_{36} = E \cdot l_{36} = 3,2 \frac{\text{V}}{\text{mm}} \cdot 0\text{mm} = 0\text{V}$$

$$U_{51} = E \cdot l_{51} = - 3,2 \frac{\text{V}}{\text{mm}} \cdot 20\text{mm} = - 64\text{V}$$

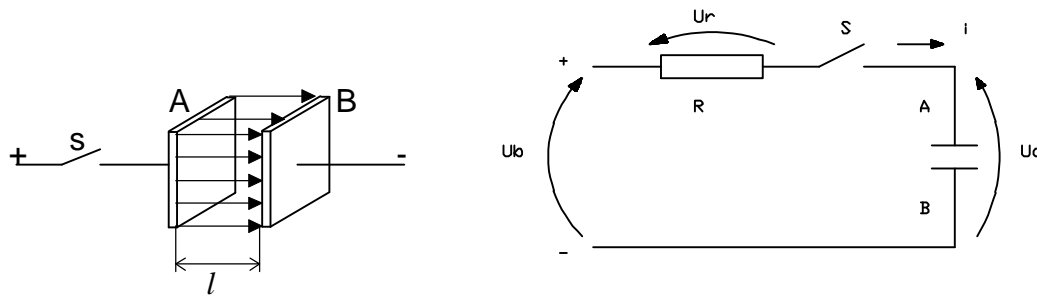
De spanning U_{51} is tegengesteld aan de veldlijnrichting !

voorbeeld 4.

Twee elektrische ladingen van $Q = 0,5 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ worden tot op een afstand van 1 cm naar elkaar gebracht. Bereken de opgebouwde spanning.

$$U = \frac{Q}{4\pi l \epsilon_0} = \frac{0,5 \cdot 10^{-19}}{4 \cdot \pi \cdot 0,01 \cdot 9,85 \cdot 10^{-12}} = 449,59\text{V}$$

1.5 Ladingen in een condensator



figuur 1.G principe-opbouw condensator

Een condensator is een toestel dat bestaat uit twee geleidende oppervlakken gescheiden door een isolator. De isolatiestof wordt het **diëlectricum genoemd**.

Als we de schakelaar s in bovenstaande figuur sluiten vloeien er elektronen van de negatieve klem naar plaat B :

B wordt negatief geladen,

A zal negatief geladen worden.

De lading op plaat A en B zal gelijk zijn als de condensator geladen is.

(vb. A = +Q en B = -Q)

Bij een geladen condensator is de condensatorspanning gelijk aan de bronspanning.

Tijdens het laden worden voortdurend elektronen toegevoerd naar een van de condensatorplaten. Hierdoor verandert voortdurend de condensatorspanning en de laadstroom. Men spreekt voor deze stroom dan ook van een ogenblikkelijke waarde.

De ogenblikkelijke grootte van de laadstroom kunnen we bepalen uit :

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

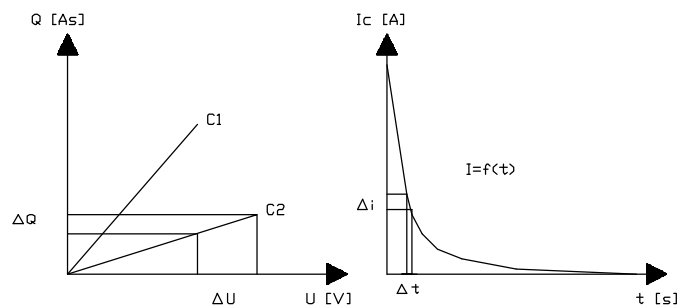
terwijl ook geldt dat de totale lading van de condensator kan gevonden worden uit :

$$i = \frac{Q}{t}$$
$$Q = I_{gem} \cdot t$$

Proefondervindelijk kan vastgesteld worden dat als de spanning U over een condensator stijgt de hoeveelheid lading in de condensator evenredig zal stijgen.

De capaciteit van een condensator is de -konstante- verhouding tussen lading en spanning :

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{A \cdot s}{V} = F \text{ (Farad)}$$



figuur 1.H verband tussen U en C bij condensatoren

voor de ogenblikkelijke laadstroom kunnen we zo berekenen dat :

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = C \cdot \frac{\Delta U}{\Delta t} = i$$

De laadstroom heeft dus op elk tijdstip een andere waarde, maar is wel afhankelijk van de condensatorwaarde C .

In een later volgende paragraaf zal deze formule verder uitgediept en aan de praktijk getoetst worden.

voorbeeld 5

Bij het laden van een condensator wordt een hoeveelheid lading $\Delta Q = 1 \cdot 10^{-3} \text{ C}$ in een tijdsinterval van $\Delta t = 1 \text{ ms}$ verplaatst. Bereken de ogenblikkelijke waarde van de stroom tijdens dit interval.

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-3}} = 1A$$

voorbeeld 6

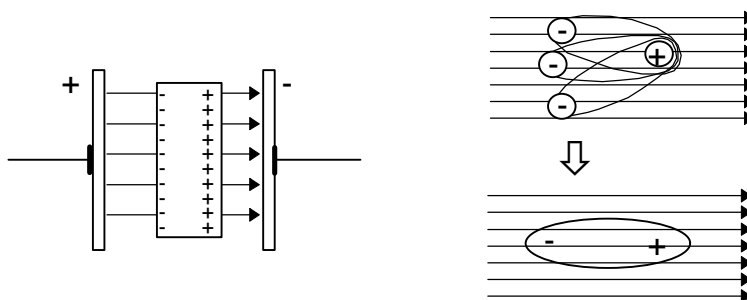
De spanningstoename van een condensator met capaciteit $C = 10 \mu\text{F}$ bedraagt 5 V/ms $= \Delta U/\Delta t$. Bereken de stroomsterkte op dit ogenblik.

$$i = C \cdot \frac{\Delta U}{\Delta t} = 10 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{5}{1 \cdot 10^{-3}} = 50 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$
$$i = 50 \text{ mA}$$

1.6 Isoleerstoffen in het elektrisch veld

1.6.1 Ladingsverschuiving in isoleerstoffen

figuur 1.9 geeft een condensator weer met tussen de platen een vaste isolator in plaats van lucht.



Figuur 1.9 Condensator met isolator tussen de platen

Onder invloed van het elektrisch veld treedt **ladingsverschuiving** op. Deze ladingsverschuiving beïnvloedt de capaciteit van de condensator.

verklaring :

We weten dat de atomen van elke stof opgebouwd zijn uit een positieve kern met daaromheen negatieve elektronen. De elektronen worden door de positieve plaat van de condensator aangetrokken, terwijl de positieve kernen een weinig naar de negatieve plaat verschuiven.

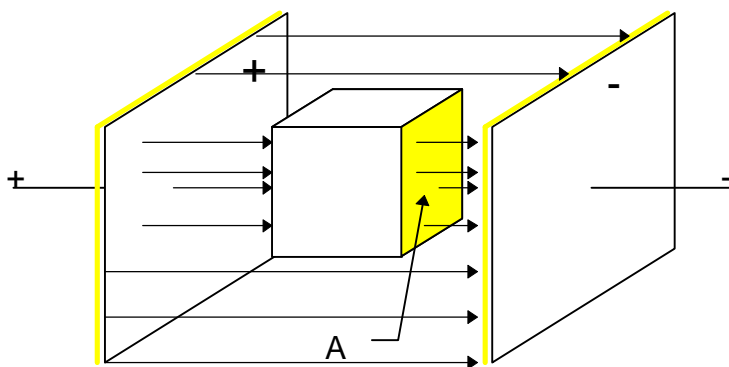
Het gevolg is dat sommige atomen polair worden. Een polair atoom wordt ook wel **dipool** genoemd. (zie **figuur 1.9**)

Deze dipolen neutraliseren een gedeelte van de werking van de lading op de platen. Door het neutraliseren van de lading zou de potentiaal van de platen afnemen indien het 'tekort' aan ladingen niet onmiddellijk door de bron zou aangevuld worden.

Als gevolg van het polariseren wordt op de platen van de condensator bij eenzelfde bronspanning meer lading gebracht.

1.6.2 Veld- of diëlectrische konstante

Als ten gevolge van het polariseren de lading van de condensator stijgt, zal de **ladingsdichtheid** $D = \frac{Q}{A}$ ook toenemen. De veldsterkte $E = \frac{U}{l}$ daarentegen blijft constant.



figuur 1.J diëlectrische konstante

Hieruit kunnen we berekenen dat :

$$D = \frac{Q}{A} \text{ met } Q = C \cdot U$$

$$= \frac{C \cdot U}{A} \text{ met } U = E \cdot l$$

$$D = \frac{C \cdot l}{A} \cdot E$$

$\frac{D}{E} = \frac{C \cdot l}{A} = \text{Constante}$
--

Naarmate D/E groter is, kan men zeggen dat er meer dipolen gevormd zijn. De ervaring leert dat D/E voor ieder diëlectricum een bepaalde constante is.

Deze constante wordt de **diëlectrische konstante** of **permittiviteit** ϵ genoemd.

$$\epsilon = \frac{D}{E} = \frac{c \cdot l}{A}$$

Als eenheid kunnen we schrijven:

$$\epsilon: \left[\frac{A \cdot s \cdot m}{V \cdot m^2} = \frac{A \cdot s}{V \cdot m} = \frac{F}{m} \right]$$

We kunnen nu ook de relatieve permittiviteit definiëren :

$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$$

waarbij:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} = \text{diëlectrische konstante van het vacuum}$$

en $\epsilon_r = \text{relatieve diëlectrische konstante}$

De relatieve diëlectrische konstante is dus een onbenoemd getal dat aangeeft hoeveel maal de permittiviteit van een isolatiestof groter is dan die van het luchtledige.

Diëlektrica	ϵ_r (onbenoemd)	ϵ (F/m)
baketiet	3,5	$30,99 \cdot 10^{-12}$
eboniet	2,8	$24,79 \cdot 10^{-12}$
Glas	7	$61,98 \cdot 10^{-12}$
lucht	1	$8,854 \cdot 10^{-12}$
magnesiumtitanaat	12 - 40	$106,25 - 354,2 \cdot 10^{-12}$
natriumtitanaat	12 - 7000	$106,26 - 61980 \cdot 10^{-12}$
mica	7	$61,98 \cdot 10^{-12}$
olie	3	$26,56 \cdot 10^{-12}$
papier	3,5	$30,99 \cdot 10^{-12}$
paraffine	2	$17,71 \cdot 10^{-12}$
polyetheen	3,5	$30,99 \cdot 10^{-12}$
porselein	3,2	$28,33 \cdot 10^{-12}$
p.v.c.	2,25	$19,92 \cdot 10^{-12}$
rubber	3	$26,56 \cdot 10^{-12}$

figuur 1.K dielectrische constante van enkele materialen

De wet van Coulomb kan men nu schrijven voor verschillende isolatoren in de middenstof.

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi r^2 \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r}$$

voorbeeld 7

geg : condensator met $A = 6 \text{ cm}^2$, $l = 1 \text{ mm}$, $U = 500 \text{ V}$, $\epsilon = 30,99 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$

gevr : C , Q , D , E

oplossing:

$$C = \epsilon \frac{A}{l} = 30,99 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{6 \cdot 10^{-4}}{10^{-3}} = 185,94 \cdot 10^{-13} = 18,6 \text{ pF}$$

$$Q = C \cdot U = 18,6 \cdot 10^{-12} \cdot 500 = 92,97 \cdot 10^{-10} \text{ C}$$

$$D = \frac{Q}{A} = 15,49 \cdot 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$$

$$E = \frac{U}{l} = 5 \cdot 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

1.6.3 Capaciteit van een plaatcondensator

Uit $e = \frac{C \cdot l}{A}$ vinden we :

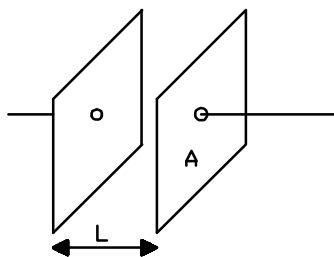
$$C = e \cdot \frac{A}{l}$$

K

met : $e = e_0 \cdot e_r$

$$C = e_0 \cdot e_r \cdot \frac{A}{l}$$

met : A = plaatoppervlak in m² en l = plaatafstand in m



figuur 1.L capaciteit van een plaatcondensator

voorbeeld 8

a. Bereken de capaciteit van een plaatcondensator met als diëlectricum lucht. De oppervlakte van de platen (A) is 1 m² en ze staan op een afstand van 1 mm van elkaar.

b. Hoe groot zal de capaciteit zijn als het diëlectricum olie is ?

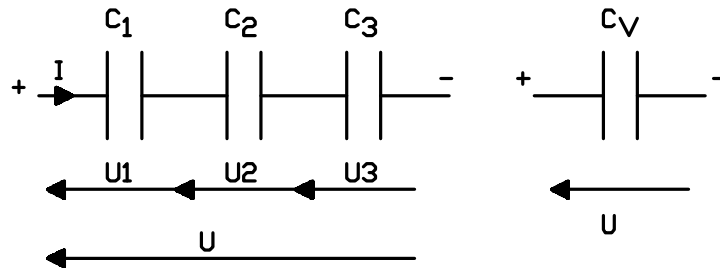
a. $C = e_0 \cdot e_r \frac{A}{l} = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot \frac{1}{10^{-3}} = 8,85nF$

b. e_r van olie : zie tabel

$$C = e_0 \cdot e_r \cdot \frac{A}{l} = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 3 \cdot \frac{1}{10^{-3}} = 26nF$$

1.7 Schakelen van condensatoren

1.7.1 Serieschakeling



figuur 1.M serieschakeling van condensatoren

Bij een serieschakeling van condensatoren hebben alle platen, afgezien van het teken, dezelfde lading Q , zodat geldt :

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q = I \cdot t$$

waarbij I de gemeenschappelijke stroom naar de serieschakeling is.

Volgens de tweede wet van Kirchoff geldt bovendien :

$$U_1 + U_2 + U_3 = U$$

zodat we kunnen schrijven :

of algemeen

$$\begin{aligned} U &= \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} \\ &= Q \cdot \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) \\ &= Q \cdot \left(\frac{1}{C_v} \right) \end{aligned}$$

waarbij C_v de vervangingscapaciteit is.

$$\text{geeft } \frac{1}{C_v} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

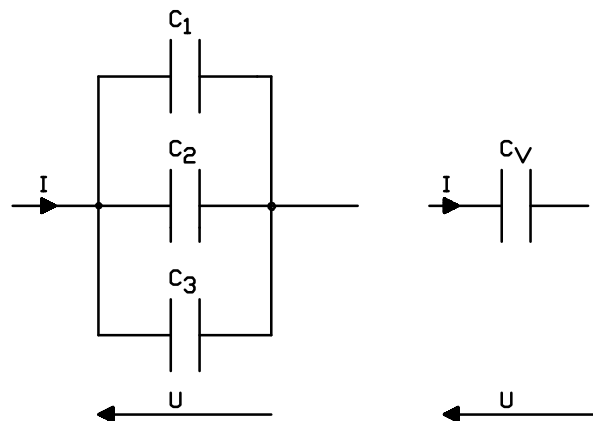
$$\boxed{\frac{1}{C_v} = \sum \frac{1}{C_n}}$$

Evenals bij de parallelschakeling van weerstanden geeft de serieschakeling van condensatoren steeds een vervangingswaarde die kleiner is dan het kleinste in de schakeling opgenomen element.

Voor twee condensatoren kunnen we uit bovenstaande formule afleiden dat :

$$C_v = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} P$$

1.7.2 Parallelschakeling



figuur 1.N parallelschakeling van condensatoren

De stroom I verdeelt zich in een deelstroom naar elk van de condensatoren toe. De aangebrachte lading is dus de som van de ladingen die elke condensator bevat.

$$Q_t = Q_1 + Q_2 + Q_3 \text{ met:}$$

$$U_1 = U_2 = U_3 = U \text{ zodat:}$$

$$Q_1 = C_1 \cdot U$$

$$Q_2 = C_2 \cdot U$$

$$Q_3 = C_3 \cdot U$$

$$Q_t = C_v \cdot U$$

$$\text{geeft: } C_v \cdot U = C_1 \cdot U + C_2 \cdot U + C_3 \cdot U$$

$$C_v = C_1 + C_2 + C_3$$

of algemeen :

$$C_v = \sum C_n$$

Bij een parallelschakeling van condensatoren is dus de vervangingscapaciteit gelijk aan de som van de capaciteiten van alle condensatoren.

voorbeeld 9

Vier condensatoren met waarden $C_1 = 1\mu\text{F}$, $C_2 = 0,5\mu\text{F}$, $C_3 = 400\text{nF}$, $C_4 = 2\mu\text{F}$ worden in serie geschakeld. Bereken de vervangingscapaciteit.

$$\begin{aligned}\frac{1}{C_v} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} \\ &= \frac{1}{1\text{mF}} + \frac{1}{0,5\text{mF}} + \frac{1}{0,4\text{mF}} + \frac{1}{2\text{mF}} \\ &= \frac{6}{1\text{mF}} \\ &= 0,16\text{mF}\end{aligned}$$

voorbeeld 10

Vier condensatoren met waarden $C_1 = 18\text{ pF}$, $C_2 = 0,08\text{ nF}$, $C_3 = 25 \cdot 10^{-12}\text{ F}$, $C_4 = 0,03 \cdot 10^{-9}\text{ F}$ worden parallel geschakeld. Bereken de vervangingscapaciteit.

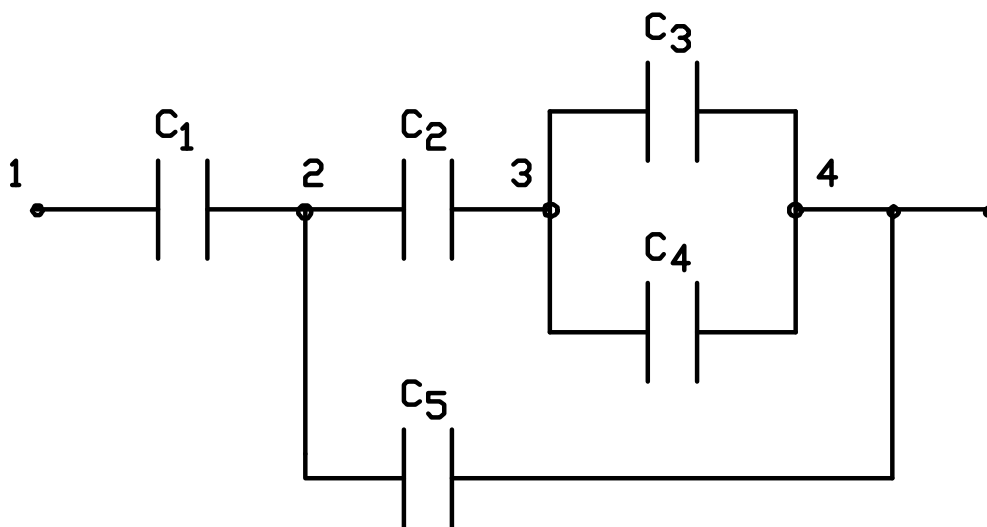
$$\begin{aligned}C_v &= C_1 + C_2 + C_3 + C_4 \\ &= (18 + 80 + 25 + 30)\text{pF} \\ &= 153\text{pF}\end{aligned}$$

1.7.3 Gemengde schakeling

Een gemengde schakeling kan beschouwd worden als een combinatie van serie- en parallelschakelingen.

voorbeeld 11

gegeven :



figuur 1.0 Gemengde schakeling

$$C_1 = 1\mu\text{F}, C_2 = 2\mu\text{F}, C_3 = 3\mu\text{F}, C_4 = 4\mu\text{F}, C_5 = 5\mu\text{F}$$

gevraagd : $C_v = C_{14}$

oplossing :

$$C_{34} = C_3 + C_4 = 3 + 4 = 7 \text{ mF} : \text{parallelschakeling}$$

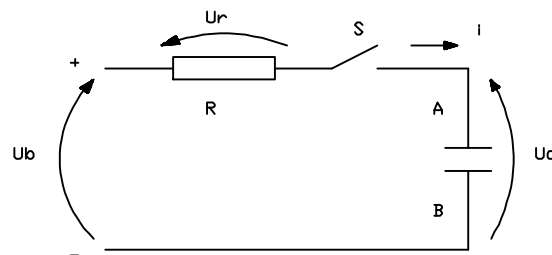
$$C_{234} = \frac{C_2 \cdot C_{34}}{C_2 + C_{34}} = \frac{2 \cdot 7}{2 + 7} = 1,55 \text{ mF} : \text{serieschakeling}$$

$$C_{24} = C_{234} + C_5 = 1,55 + 5 = 6,55 \text{ mF} : \text{parallelschakeling}$$

$$C_{14} = \frac{C_1 + C_{24}}{C_1 + C_{24}} = \frac{1 + 6,55}{1 + 6,55} = 0,867 \text{ mF} : \text{serieschakeling}$$

1.8 In- en uitschakelgedrag van condensatoren

1.8.1 Inschakelen (laden)



figuur 1.P laden van een condensator

Als we de schakelaar s sluiten zal de condensator worden opgeladen. De condensatorspanning neemt toe volgens een exponentiële functie en de spanning over de weerstand neemt af.

We kunnen op elk ogenblik tijdens het laden zeggen dat :

$$u_c + u_r = U_b$$

waarin : u_c = momentele waarde van de condensatorspanning
 u_r = momentele waarde van de weerstandsspanning
 U_b = bronspanning

vullen we hierin in dat

$$u_r = i \cdot R \quad \text{met } i = \text{momentele waarde van de stroom in de kring)}$$

dan vinden we :

$$U_b = u_r + u_c = i \cdot R + u_c$$

$$\text{met } i = C \cdot \frac{\Delta u_c}{\Delta t}$$

$$U_b = R \cdot c \cdot \frac{\Delta u_c}{\Delta t} + u_c$$

waarin $R \cdot C = T = \text{tijdsconstante (eenheid } [\frac{V}{A} \cdot \frac{A \cdot s}{V} = s])$

Het spanningsverloop over de condensator kunnen we vinden uit de differentiaalvergelijking

$$u_c = U_b - R \cdot C \cdot \frac{\Delta u_c}{\Delta t}$$

met als oplossing :

$$u_c = U_b \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

met $e =$ exponentiële functie = 2,7182...

het stroomverloop kunnen we berekenen uit :

$$U_b = i \cdot R + u_c$$

$$\text{en } u_c = U_b - U_b \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

geeft

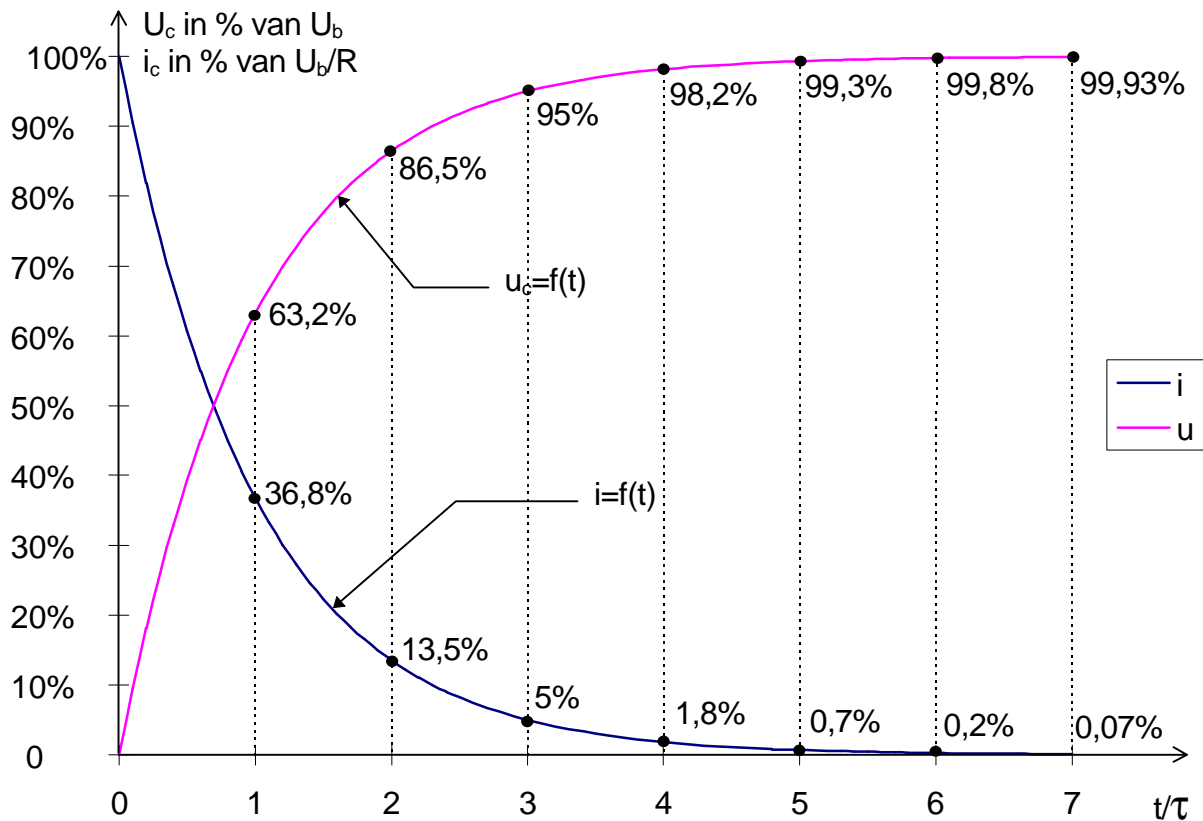
$$U_b = i \cdot R + U_b - U_b \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{waaruit: } i = \frac{U_b}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

of :

$$i = I_{\max} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Besluit : tijdens het laden van een condensator neemt de spanning over de condensator toe volgens een exponentiële functie, de stroom in de kring neemt af volgens een exponentiële functie.



figuur 1.Q laden v.e.condensator -stroom- en spanningsverloop
voorbeeld 12

Een condensator met capaciteit van $1 \mu\text{F}$ wordt door een spanningsbron van 10V via een weerstand van $10\text{k}\Omega$ opgeladen.

$$C = 1\mu\text{F}, R = 10\text{k}\Omega, U_b = 10\text{V}$$

Bereken het verloop van de spanning over de condensator en de laadstroom in functie van de tijd.

$$U_c = f(t) \text{ en } i = f(t)$$

Oplossing :

$$u_c = U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$\text{met } \tau = R \cdot C = 10 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-6} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 10\text{ms}$$

het verloop van de condensatorspanning en de stroom wordt nu :

$$u_c = 10(1 - e^{-\frac{t}{10\text{ms}}})$$

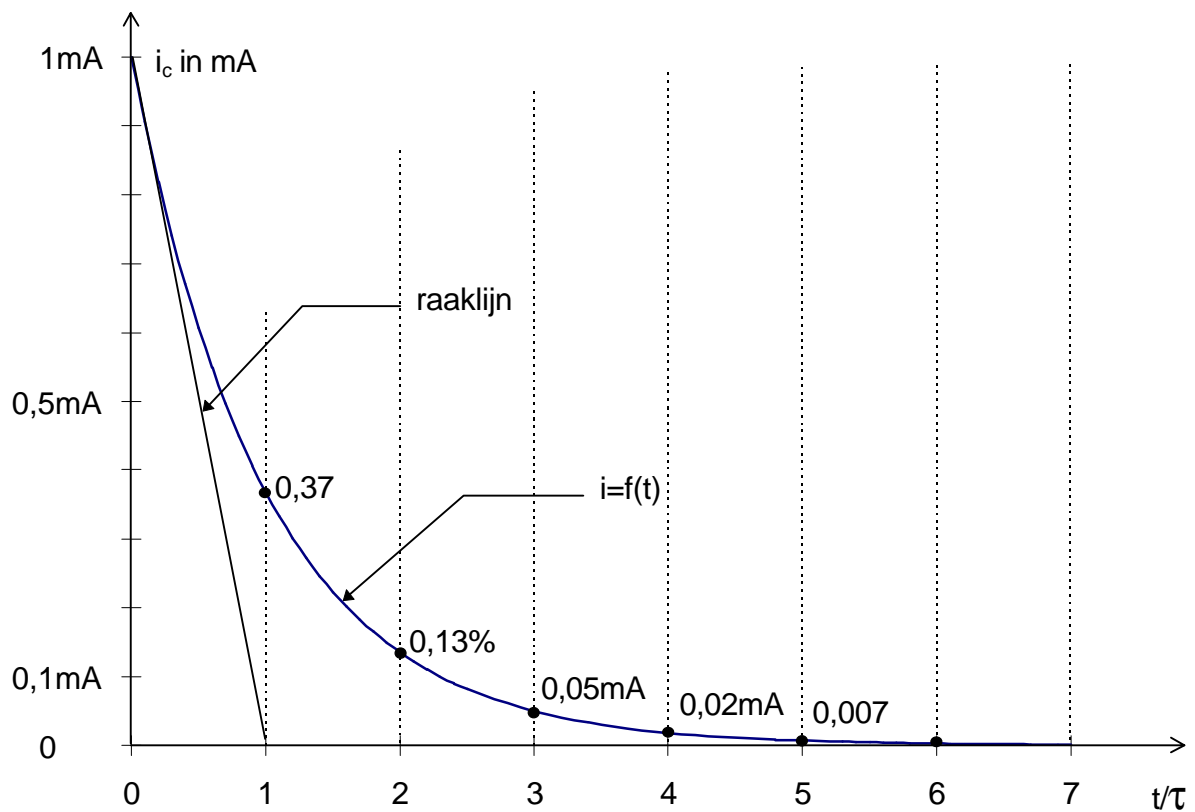
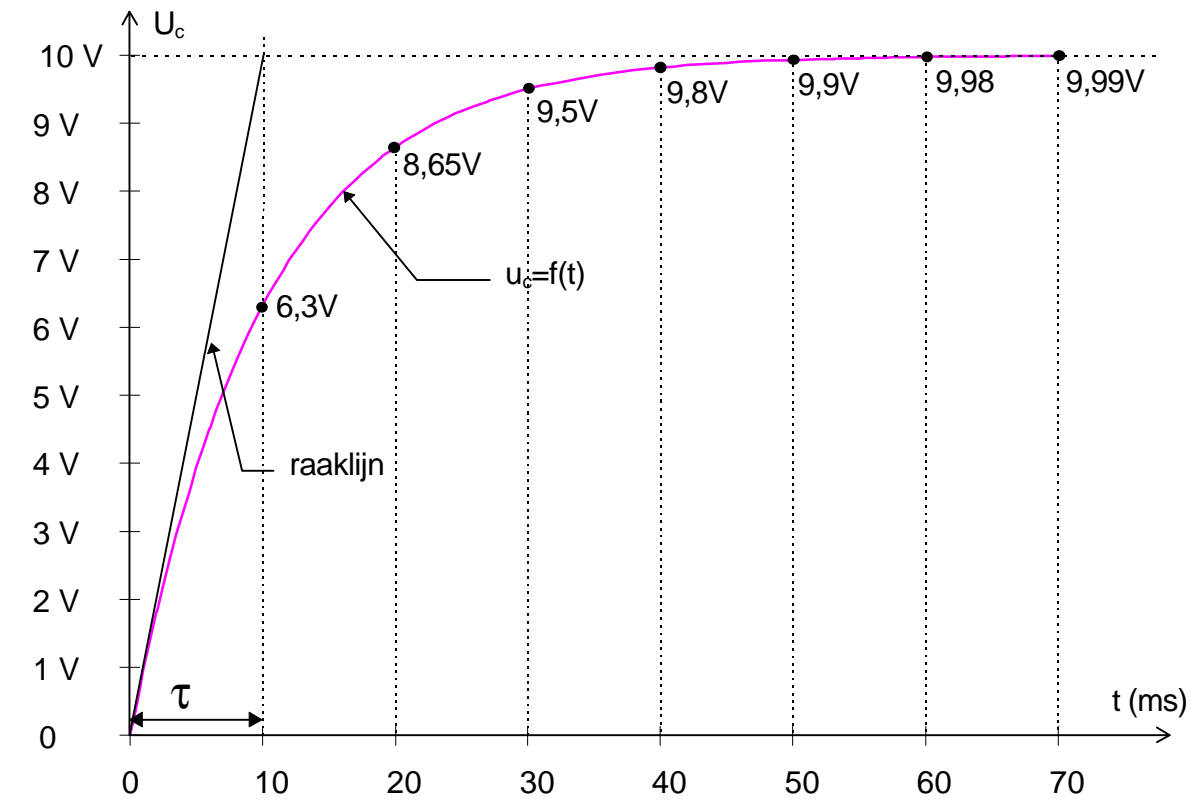
$$i = \frac{U_b}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{10}{10 \cdot 10^3} \cdot e^{-\frac{t}{10\text{ms}}} = 1 \cdot e^{-\frac{t}{10\text{ms}}} \text{ [mA] met } t \text{ in ms}$$

berekeningen met deze formules geven :

t(ms)	0	5	10	20	30	40	50	60
t/τ	0	0,5	1	2	3	4	5	6
u _c (V)	0	3,93	6,32	8,64	9,5	9,81	9,93	9,97
u _c (%)	0%	39,3%	63,2%	86,4%	95%	98,1%	99,3%	99,7%
i _c (mA)	1	0,6	0,367	0,135	0,049	0,018	0,006	0,002
i _c (%)	100%	60%	36,7%	13,5%	4,9%	1,8%	0,6%	0,2%

besluit :

- na $t = \tau$ heeft de condensatorspanning 63,2% van haar eindwaarde.
- na $t = \tau$ is de laadstroom gedaald tot 37 % van zijn beginwaarde.
- na $t = 5\tau$ kan men het laadproces als beëindigd beschouwen.
- Schakeltechnisch gedraagt een ongeladen condensator zich op het inschakelogenblik als een kortsluiting ($i = \max$, $U_c = 0$). Op het einde van het laadproces is $i = 0A$ zodat de condensator zich als een oneindig grote weerstand gedraagt. In grafiek geeft dit :

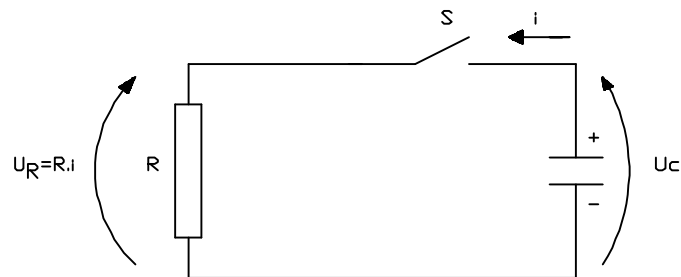


figuur 1.R laadstroom en spanningsverloop bij laden v.e. condensator

1.8.2 Uitschakelen (ontladen)

Theoretisch is een geladen condensator een vat met ladingen dat niet leeg loopt. Dit betekent dat hij zijn spanning zou behouden.

Praktisch gezien zal de condensator wel langzaam ontladen door 'lekstromen' in het diëlectricum. Snel ontladen kan door een weerstand R parallel te schakelen met de condensator C.



figuur 1.5 ontladen van een condensator

Als we de schakelaar s sluiten zal de condensator worden ontladen.

Tijdens het ontladen kunnen we de condensator beschouwen als een spanningsbron, let dus op de richting van de stroom i .

De condensatorspanning (u_c) en de spanning over de weerstand (u_r) nemen af volgens een exponentiële functie.

We kunnen op elk ogenblik tijdens het ontladen zeggen dat :

$$u_c = u_r = i.R$$

waarin : u_c = momentele waarde van de condensatorspanning
 u_r = momentele waarde van de weerstandsspanning
 i = momentele waarde van de ontladstroom

vullen we hierin in dat

$$i = C \cdot \frac{\Delta u_c}{\Delta t}$$

waarin : U_c = de beginspanning van de geladen condensator

dan vinden we na oplossen van de differentiaalvergelijking :

$$u_c = U_c \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}$$

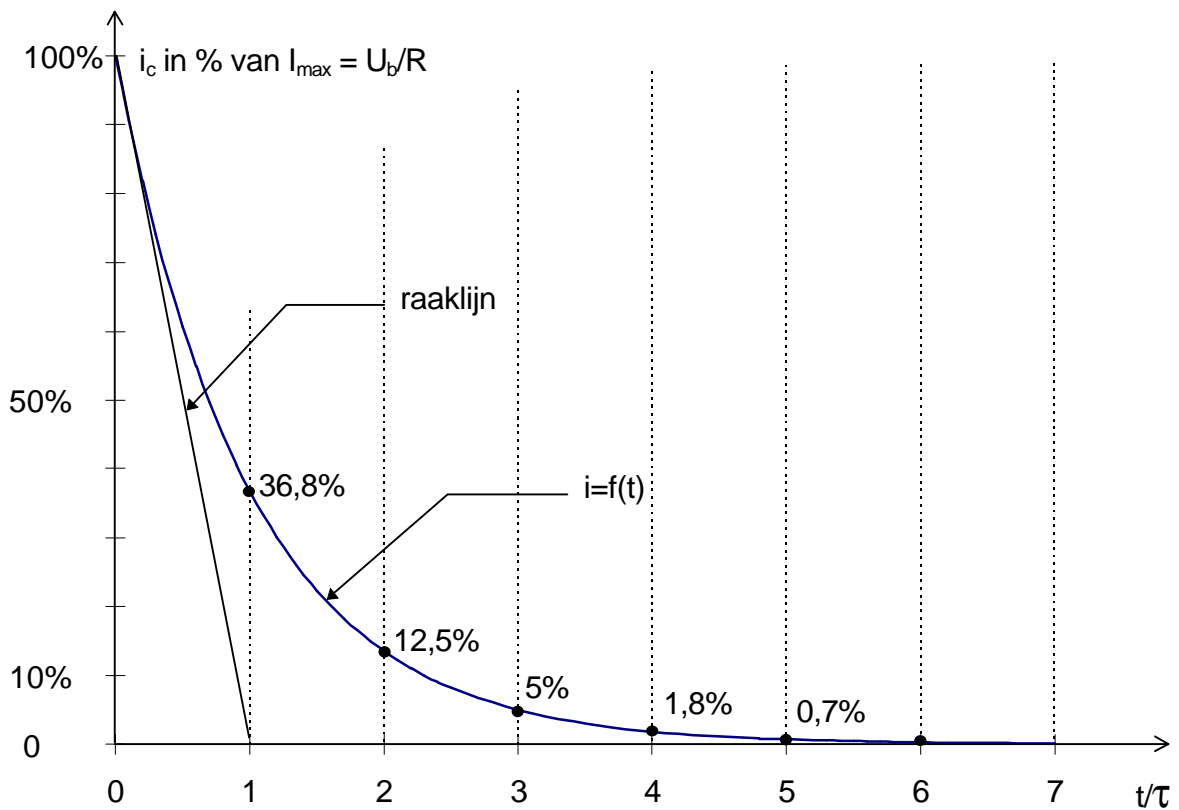
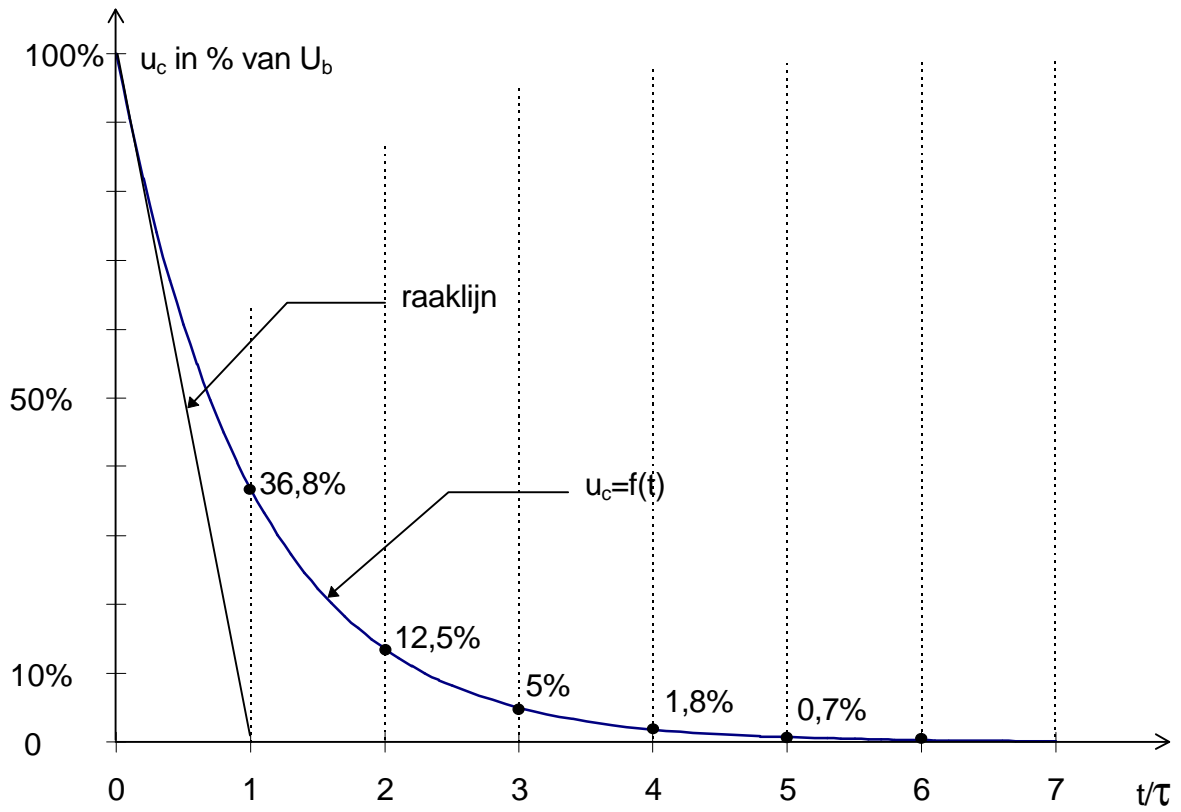
met $\tau =$ tijdsconstante $R \cdot C$

het stroomverloop kunnen we berekenen uit :

$$i = \frac{U_c}{R} \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} = I_{\max} \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}$$

met I_{\max} = de maximale stroom bij het begin van het ontladen.

Besluit : tijdens het ontladen van een condensator neemt de spanning over de condensator af volgens een exponentiële functie, de stroom in de kring neemt eveneens af volgens een exponentiële functie.



figuur 1.T ontladen condensator -stroom- en spanningsverloop

voorbeeld 13

Een condensator met capaciteit van 100 μF is door een spanningsbron tot 10V opgeladen.

$$C = 100\mu\text{F}$$

$$R = 1\text{k}\Omega$$

$$U_b = 10\text{V}$$

Bereken het verloop van de spanning over de condensator en de laadstroom in functie van de tijd.

$$U_c = f(t)$$

$$i = f(t)$$

Oplossing :

$$u_c = U \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}$$

$$\text{met } \tau = R \cdot C = 1 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 100\text{ms}$$

$$u_c = 10 \cdot e^{\frac{-t}{100\text{ms}}} \text{ met } t \text{ in ms}$$

$$i = I_{\text{max}} \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}$$

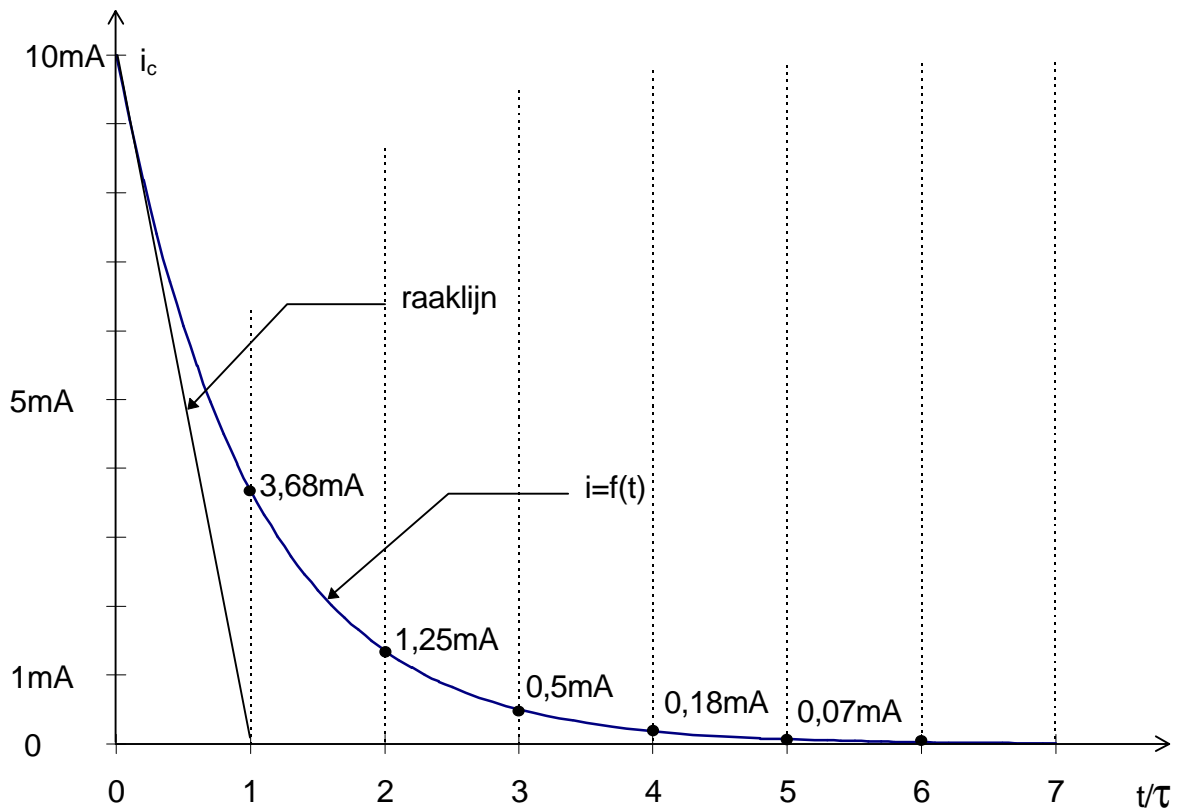
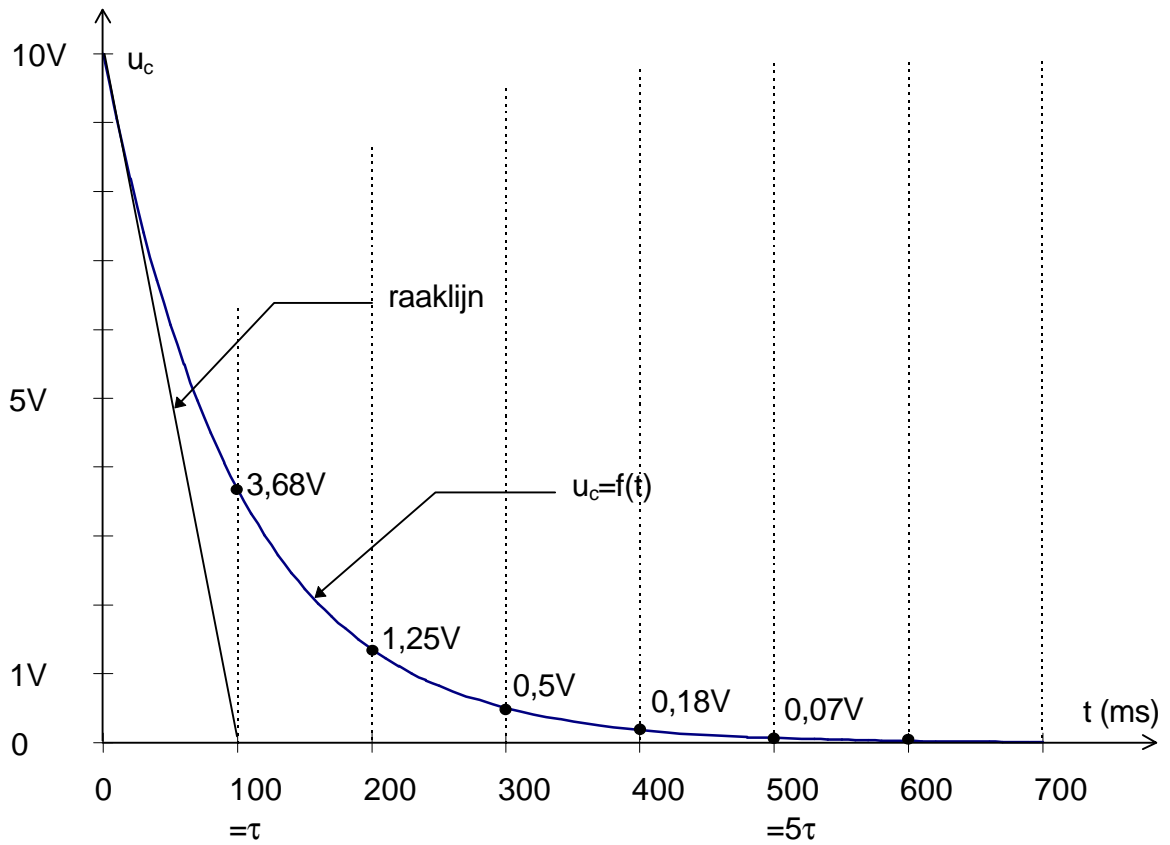
$$\text{met } I_{\text{max}} = \frac{U}{R} = \frac{10}{1 \cdot 10^3} = 10\text{mA}$$

$$i = 10 \cdot e^{\frac{-t}{100\text{ms}}}$$

berekeningen met deze formules geven :

t(ms)	0	50	100	200	300	400	500	600
t/ τ	0	0,5	1	2	3	4	5	6
u_c (V)	10	6	3,67	1,35	0,49	0,18	0,06	0,02
u_c (%)	100%	60%	36,7%	13,5%	4,9%	1,8%	0,6%	0,2%
i_c (mA)	10	6	3,67	1,35	0,49	0,18	0,06	0,02
i_c (%)	100%	60%	36,7%	13,5%	4,9%	1,8%	0,6%	0,2%

In grafiek geeft dit :



figuur 1. Ulaadstroom en spanningsverloop bij laden v.e. condensator

2. Het magnetisch veld

2.1 Voorkomende magnetische velden

Een magneet is een lichaam dat op stalen voorwerpen krachten kan uitoefenen.

We onderscheiden twee soorten magneten :

- Permanente magneten
- Elektromagnetten

2.1.1 Het magnetisch veld rondom een permanente magneet

figuur 2.A veldlijnen rond een permanente magneet

De **Noordpool** van de magneet is die zijde van de magneet die naar het geografische noorden wijst. De **Zuidpool** is dan de zijde die naar het geografische zuiden wijst.

We kunnen nu lijnen construeren die in elk punt van het veld door hun raaklijn aldaar de richting aangeven, waarin een magneetnaaldje onder invloed van het magnetisch veld is gaan staan.

Deze lijnen worden **veld- of krachtlijnen** genoemd.

Het blijkt dus dat **ongelijknamige polen** elkaar **aantrekken** en **gelijknamige polen** elkaar **afstoten**. De veldlijnen gaan van de noordpool naar de zuidpool buiten de magneet en van de zuidpool naar de noordpool in de magneet. Magnetische veldlijnen zijn in zichzelf gesloten.

2.1.2 Het magnetisch veld rondom een stroomvoerende geleider

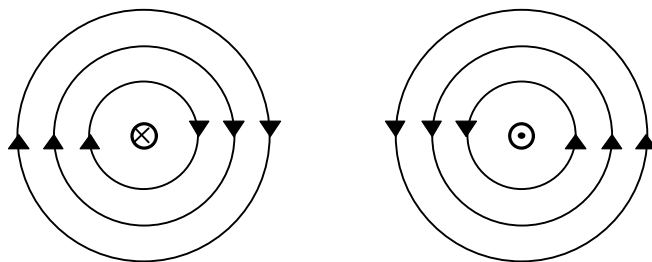
Rond een stroomvoerende geleider ontstaat een magnetisch veld. Het magneetveld kan voorgesteld worden door concentrische cirkels met de geleider als middelpunt. De richting van de veldlijnen is afhankelijk van de stroomrichting in de geleider.

De richting van de veldlijnen kunnen we bepalen met de zogenaamde **kurketrekkerregel**:

- De richting van de elektrische stroom behoort bij de voortgaande beweging van de kurketrekker (schroef).
- De richting van de veldlijnen behoort bij de draaiende beweging van de kurketrekker (schroef).

figuur 2.B Magnetisch veld rond een stroomvoerende geleider

Kijken we op de doorsnede van een geleider en is de stroomrichting van ons afgekeerd, dan wordt dit aangegeven met een kruisje. Is de stroomrichting naar ons toe, dan plaatsen we een punt in de geleider.



figuur 2.C stroom in het vlak - stroom uit het vlak

2.1.3 Het magnetisch veld rondom een stroomvoerende spoel

Hebben we een geleider in de vorm van een **rechte spoel**, ook wel **solenoid** genoemd, dan ontstaat er bij een stroomdoorgang eveneens een magnetisch veld. De richting van het veld kan met de kurketrekkerregel gevonden worden.

figuur 2.D Magnetisch veld rond een solenoïde

Analoog als bij de kurketrekkerregel kunnen we door middel van de **Rechter Hand Regel (RHR)** de richting van het veld vinden.

- Omvat de spoel met de rechterhand zodat de vingers in de stroomrichting wijzen, dan duidt de duim de richting van het veld aan.

2.2 Grootheden van magnetische velden

2.2.1 De magnetische poolsterkte

Magneetpolen die in elkaars nabijheid gebracht worden oefenen een kracht F op elkaar uit. Deze kracht hangt af van de "sterkte" van elke magneetpool (kortom : **poolsterkte**, m) en de eigenschappen van de stof die zich tussen de twee magneetpolen bevindt en de afstand tussen de polen (r)

$$F = \frac{m_1 \cdot m_2}{k \cdot r^2} \quad [N]$$

Waarin : m_1 en m_2 : resp. poolsterkten
 r : afstand tussen de polen
 k : materiaalkonstante middenstof
 F : kracht in N (Newton)

De eenheid van **magnetische poolsterkte** is **Vs of Wb** (Weber).

De invloed van twee magneetpolen, of een stroomvoerende geleider of een stroomvoerende spoel kunnen we voorstellen als **magnetische veldlijnen**.

2.2.2 De magnetische flux

Het geheel van alle veldlijnen door de winding omvat wordt de **magnetische flux** genoemd.

Magnetische flux: Φ [Vs of Wb]

figuur 2.E De magnetische flux

2.2.3 Fluxdichtheid of magnetische inductie B

Onder de fluxdichtheid verstaat men de magnetische flux gedeeld door het beschikbare oppervlak A loodrecht op de fluxrichting.

$$B = \frac{\Phi}{A_{\perp}} \quad \left[\frac{Wb}{m^2} = \frac{Vs}{m^2} = T \text{ (Tesla)} \right]$$

Voorbeeld 1

De spoeldoormeter van een ringspoel is $d = 1 \text{ cm}$. De doorsnede van de kern is cirkelvormig. De magnetische flux van de spoel is $0,05 \text{ Wb}$. Bereken de fluxdichtheid of magnetische inductie.

$$A_1 = \frac{\mathbf{p} \cdot d^2}{4} = \frac{\mathbf{p} \cdot 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{4} = 0,785 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B_1 = \frac{\Phi}{A_1} = \frac{0,05 \text{ Wb}}{0,785 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 636,94 \text{ T}$$

Hoe groot zal B zijn als de diameter verdubbeld $d = 2 \text{ cm}$?

$$A_2 = \frac{\mathbf{p} \cdot d^2}{4} = \frac{\mathbf{p} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{4} = 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B_2 = \frac{\Phi}{A_2} = \frac{0,05 \text{ Wb}}{3,14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 159,15 \text{ T}$$

Besluit B_2 is 4 maal kleiner geworden.

2.2.4 De magnetische veldsterkte

De magnetische veldsterkte is de kracht die het veld uitoefent op de eenheid van flux (poolsterkte).

$$\boxed{H = \frac{F}{\Phi} \quad \left[\frac{A}{m} \right]} \quad \text{Eenheidscontrole} \quad \frac{N}{Wb} = \frac{N \cdot m}{Wb \cdot m} = \frac{J}{V \cdot s \cdot m} = \frac{V \cdot A \cdot s}{V \cdot s \cdot m} = \frac{A}{m}$$

Soorten magnetische velden zijn :

- **Homogeen veld** : Als de veldsterkte in elk punt van het magnetisch veld even groot en gelijk gericht is.
- **Heterogeen veld** : Als de veldsterkte niet in elk punt even groot en / of gericht is.
- **Lekveld** : Gedeelte van het veld dat niet door de kern van een magnetisch circuit gaat, maar zichzelf sluit door de lucht.

figuur 2.F Spoel met zachtstalen circuit

Als we het lekveld buiten beschouwing laten is:

$$H_1 = H_2 = H_3 = H_4 = H = \text{Homogeen veld}$$

voorbeeld 2

Een magneetnaaldje, dat zelf een flux bezit van $2 \cdot 10^{-8}$ Wb bevindt zich in een magnetisch veld en ondervindt hiervan een kracht van 0,1 N. Bereken de veldsterkte ter plaatse van het magneetnaaldje.

$$H = \frac{F}{\Phi} = \frac{0,1 \cdot N}{2 \cdot 10^{-8} \text{ Wb}} = 5 \cdot 10^6 \frac{A}{m}$$

2.3 Verband tussen magnetische veldsterkte en stroomsterkte

2.3.1 De wet van Maxwell

figuur 2.G De wet van Maxwell

Rond twee stroomvoerende geleiders ontstaat een heterogeen veld. Van dit veld is één veldlijn weergegeven die beide geleiders omsluit. We verdelen de veldlijn in vele stukjes Δl met elk hun veldsterkte H .

Dan kunnen we zeggen :

$$H_a \cdot \Delta l + H_b \cdot \Delta l + H_c \cdot \Delta l + \dots = \sum H \cdot \Delta l$$

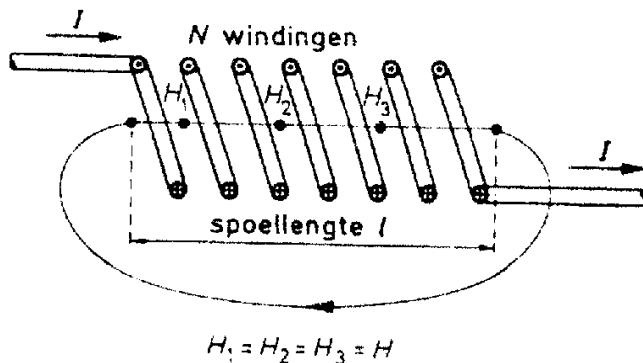
De engelse wis- en natuurkundige maxwell heeft aangetoond dat voor een veldlijn, die stroomvoerende geleiders omsluit, de volgende betrekking geldt:

$$\sum H \cdot \Delta l = \sum I$$

Voor een veldlijn die stroomvoerende geleiders omsluit geldt dat de som van de veldsterkte -wegproductjes, gerekend over een gehele veldlijn, gelijk is aan de algebraïsche som van de door de veldlijn omvatte stromen.

Met behulp van de wet van Maxwell kunnen we nu in een aantal gevallen op eenvoudige wijze de veldsterkte bepalen.

2.3.2 De veldsterkte binnen een luchtspoel



figuur 2.H H in een luchtspoel

We veronderstellen dat de spoellengte groot is ten opzichte van de spoeldoorsnede :
 $l \gg d$.

Volgens Maxwell $\sum H \cdot \Delta l = \sum I$

We kunnen de veldlijnen opplitsen in een deel dat binnen de spoel verloopt en een deel buiten de spoel.

$$\sum H \cdot \Delta l = \sum H \cdot \Delta l_{binnen} + \sum H \cdot \Delta l_{buiten}$$

Door de **spreiding van het veld** buiten de spoel is bij een lange dunne spoel de veldsterkte te verwaarlozen ten opzichte van de veldsterkte binnen de spoel.

$$\sum H \cdot \Delta l = \sum H \cdot \Delta l_{binnen}$$

Het veld binnen de spoel is homogeen: $H_1 = H_2 = H_3 = H$

$$\sum H \cdot \Delta l_{binnen} = H_1 \cdot \Delta l + H_2 \cdot \Delta l + \dots = H \cdot (\Delta l + \Delta l + \dots)$$

$$\sum H \cdot \Delta l = H \cdot L \quad (l = \text{spoellengte})$$

Bezit de spoel N windingen dan wordt door de veldlijn N maal de stroom I omvat.

$$\sum I = N \cdot I$$

Volgens Maxwell geeft dit dan:

$$H = \frac{N \cdot I}{l} \quad \text{of} \quad H = \frac{q}{l}$$

I : stroom door de spoel in [A]

N : aantal windingen

l : lengte van de spoel in [m]

H : veldsterkte in [A/m]

θ : magnetische spanning in [A]

2.3.3 Veldsterkte binnen een spoel met een homogeen ferromagneticum.

We gaan met behulp van de wet van Maxwell de veldsterkte in een spoel berekenen. De spoel bevindt zich rond een kern die overal uit hetzelfde materiaal bestaat. Volgens Maxwell :

$$\boxed{\sum H. \Delta l = \sum I}$$

$$\sum H. \Delta l = H_1. \Delta l + H_2. \Delta l + \dots \quad \text{met } H_1 = H_2 = \dots = H : \text{homogene keten}$$

$$\sum H. \Delta l = H. (\Delta l + \Delta l + \dots)$$

Veldsterkte x de gem. lengte v.d. veldlijnen

$$\sum I = N. I$$

Volgens Maxwell:

$$H. l_{gem} = N. I$$

$$\boxed{H = \frac{N. I}{l_{gem}} = \frac{q}{l_{gem}}}$$

figuur 2.1 Homogeen ferromagneticum

2.3.4 Veldsterkte binnen een spoel met een niet homogeen ferromagneticum

We gaan met behulp van de wet van Maxwell de veldsterkte in een spoel berekenen. De spoel bevindt zich rond een kern die uit verschillende materialen bestaat.

Volgens Maxwell :

$$\sum H \cdot \Delta l = \sum I$$

$$\sum H \cdot \Delta l = H_1 \cdot \Delta l + H_2 \cdot \Delta l + H_3 \cdot \Delta l + H_4 \cdot \Delta l$$

$$\sum H \cdot \Delta l = H_1 \cdot \Delta l_1 + H_2 \cdot \Delta l_2 + H_3 \cdot \Delta l_3 + H_4 \cdot \Delta l_4$$

$$\sum I = N \cdot I \quad \text{met } H_1 \neq H_2 \neq H_3 \neq H_4$$

$$N \cdot I = \mathbf{q} = H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 + H_3 \cdot l_3 + H_4 \cdot l_4$$

figuur 2.J Niet homogeen ferromagneticum

2.3.5 Veldsterkte op afstand s van een rechte geleider

figuur 2.K H rond geleider

In de bovenstaande figuur is de afstand van elk punt van de veldlijn tot de geleider gelijk; immers de veldlijn is een cirkel met de geleider als middelpunt. Uit de symmetrie - overweging volgt nu dat de veldsterkte in ieder punt op de cirkelvormige veldlijn dezelfde is.

$$H_1 = H_2 = H_3 = H_4 = H$$

Volgens maxwell :

$$\sum H \cdot \Delta l = \sum I$$

ofwel :

$$H_1 \cdot \Delta l + H_2 \cdot \Delta l + \dots = \sum I$$

$$H \cdot (\Delta l + \Delta l + \dots) = \sum I$$

(omtrek van een cirkel = $2 \cdot \pi \cdot s$)

$$H \cdot 2 \cdot \pi \cdot s = \sum I$$

Voor de veldsterkte H op afstand s van en stroomvoerende (I) geleider vinden we dan :

$H = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot s}$

I : [A]

s : [m]

H : [A/m]

2.3.6 Veldsterkte in een spoel als $l \approx d$

$$H = \frac{N \cdot I}{\sqrt{L^2 + D^2}}$$

l : lengte van de spoel [m]

D : diameter van de spoel [m]

2.4 Verband tussen magnetische veldsterkte en magnetische inductie

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}_o \cdot \mathbf{m}_r$$

De magnetische veldconstante \mathbf{m}

μ_o = veldconstante voor lucht of vacuüm

(permeabiliteit)

$$= 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$$

μ_r = De relatieve permeabiliteit : een onbenoemd getal dat aangeeft hoeveel maal zo groot de permeabiliteit van een magneticum is ten opzichte van die van het vacuüm.

fluxdichtheid

De verhouding ----- wordt permeabiliteit genoemd.

veldsterkte

$$\mathbf{m} = \frac{B}{H} \quad \text{ofwel} \quad B = \mathbf{m}_o \cdot \mathbf{m}_r \cdot H$$

Diamagnetische stoffen : μ_r iets kleiner dan 1

vb. koper, bismut, waterstof, lucht,...

Paramagnetische stoffen : μ_r iets groter dan 1

vb. glas, aluminium, silicium, zuurstof,...

Ferromagnetische stoffen : μ_r veel groter dan 1

vb. zacht staal, kobalt, nikkel,...

Magnetisch harde materialen : materiaal dat moeilijk te magnetiseren en te ontmagnetiseren is. Dit materiaal wordt gebruikt voor permanente magneten.

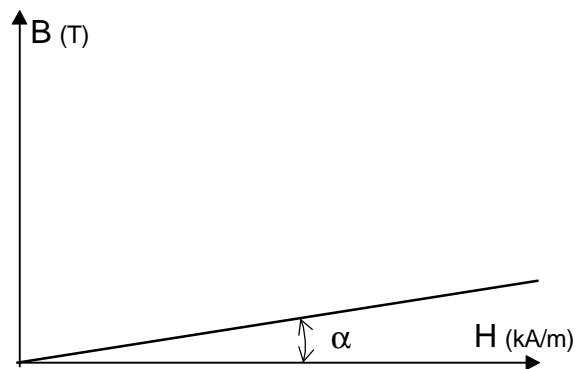
Magnetisch zachte materialen : materiaal dat gemakkelijk te magnetiseren en te ontmagnetiseren is. Dit materiaal wordt gebruikt als kern bij een elektromagneet of als kernmateriaal van spoelen en transfo's.

2.4.1 inductie $B = f(H)$ voor een luchtspoel

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H \quad \mu_r \text{ voor lucht} = 1$$
$$B = \mu_0 \cdot H$$

Dit is de vergelijking van een rechte $y = a \cdot x$ met een zeer kleine helling.

$$\text{tga} = \frac{B}{H} = \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \quad \alpha = 1,256 \cdot 10^{-6} \text{ °}$$



figuur 2.1 $B=f(H)$ voor een luchtspoel

2.4.2 B = f(H) voor een spoel met ferromagnetisch materiaal

Plaatsen we een ferromagnetische stof ($\mu_r \gg 1$) in een magnetisch veld, waarvan de veldsterkte regelbaar is, dan verloopt de fluxdichtheid B volgens onderstaande figuur.

figuur 2.M B=f(H) voor spoel met ferromagetisch materiaal

Is de stof niet magnetisch, met andere woorden vertoond de stof geen uitwendig magnetisch veld, dan betekent dit naar buiten gezien dat alle weisscomplexen elkaar opheffen. Deze toestand geeft fig 2.13 a schematisch weer (weisscomplexen of weissgebieden zijn gebiedjes van spontane magnetisatie ten gevolge van groepen atomen waarvan de elementaire magneetjes gelijk gericht zijn).

Wordt het magneticum in een magnetisch veld gebracht, dan zullen de weissgebiedjes die al bijna in de veldrichting staan worden bijgericht. fig 2.13 b

het voorgaande vindt plaats tot aan punt A van de magnetiseringskromme. Bij verdere toename van de veldsterkte gaan de weissgebiedjes met niet al te sterk afwijkende richting draaien en komen hierdoor eveneens in de veldrichting te staan (Barkhouseneffect). Bij H_b wordt de toestand bereikt zoals fig 2.13 c vertoont.

Om tenslotte de weissgebiedjes met sterk afwijkende richting om te klappen is naar verhouding een veel sterker veld nodig, hetgeen tot uiting komt in het ombuigen van de magnetiseringskromme over het traject B-C.

Bij een veldsterkte H_c (fig. 2.13) liggen alle weissgebiedjes in de richting van het veld. Fig. 2.13 d geeft dit schematisch weer. We zeggen nu dat het magneticum **magnetisch verzadigd** is. Bij verdere toename van de veldsterkte (H) krijgen we geen toename meer van de fluxdichtheid (B).

In fig 2.13 loopt de magnetiseringskromme na punt c dan ook vrijwel evenwijdig met de H-as.

$$\mathbf{m} = \frac{B}{H} = \mathbf{tga}$$

De permeabiliteit (μ) van een ferromagnetische stof is niet constant, doch hangt af van de veldsterkte.

figuur 2.N Permeabiliteit i.f.v. veldsterkte

Bij H_0 , B_0 is α_{\max} dus ook μ maximaal (fig.2.14)

We zullen voor elk ander materiaal een ander verloop krijgen van de magnetiseringskromme.

Fig 2.15 geeft voor enige ferromagnetische materialen de fluxdichtheid en permeabiliteit als functie van de veldsterkte.

gietijzer				zachtstaal			dynamostaal (elektroplaat)		
B	H	μ	μ_r	H	μ	μ_r	H	μ	μ_r
(T)	(A/m)	(H/m)	—	(A/m)	(H/m)	—	(A/m)	(H/m)	—
0,1	500	200×10^{-6}	159	—	—	—	50	2000×10^{-6}	1590
0,2	820	244×10^{-6}	194	—	—	—	60	3330×10^{-6}	2650
0,3	1100	273×10^{-6}	217	99	3030×10^{-6}	2410	70	4290×10^{-6}	3410
0,4	1350	296×10^{-6}	235	110	3640×10^{-6}	2900	80	5000×10^{-6}	3980
0,5	1680	298×10^{-6}	237	128	3910×10^{-6}	3110	90	5560×10^{-6}	4420
0,6	2300	261×10^{-6}	208	160	3750×10^{-6}	2980	120	5000×10^{-6}	3980
0,7	3300	212×10^{-6}	169	200	3500×10^{-6}	2780	140	5000×10^{-6}	3980
0,8	5000	160×10^{-6}	127	240	3330×10^{-6}	2650	170	4710×10^{-6}	3750
0,9	7500	120×10^{-6}	95,5	299	3010×10^{-6}	2390	220	4090×10^{-6}	3250
1,0	10500	$95,2 \times 10^{-6}$	75,7	379	2640×10^{-6}	2100	280	3570×10^{-6}	2840
1,1	14000	$78,6 \times 10^{-6}$	62,5	510	2160×10^{-6}	1720	370	2970×10^{-6}	2360
1,2	—	—	—	720	1670×10^{-6}	1330	520	2310×10^{-6}	1840
1,3	—	—	—	1020	1270×10^{-6}	1010	750	1730×10^{-6}	1380
1,4	—	—	—	1460	959×10^{-6}	763	1140	1230×10^{-6}	979
1,5	—	—	—	2240	670×10^{-6}	533	2000	750×10^{-6}	597
1,6	—	—	—	3810	420×10^{-6}	334	3500	457×10^{-6}	364
1,7	—	—	—	6000	283×10^{-6}	225	6500	262×10^{-6}	208
1,8	—	—	—	11200	161×10^{-6}	128	11600	155×10^{-6}	123
1,9	—	—	—	17700	107×10^{-6}	85,1	19000	100×10^{-6}	79,6
2,0	—	—	—	27500	$72,7 \times 10^{-6}$	57,8	27000	$74,1 \times 10^{-6}$	58,9

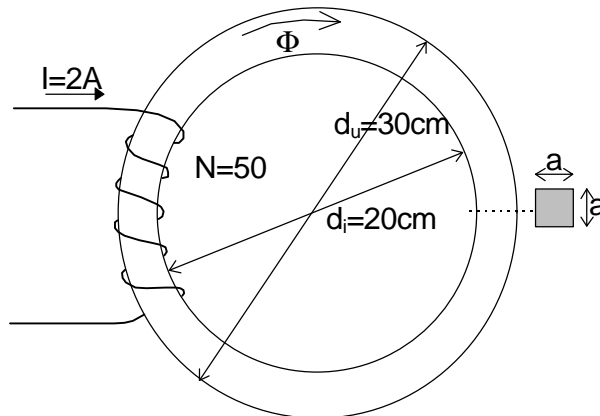
figuur 2.0 Tabel : permeabiliteit en veldsterkte i.f.v. B voor gietijzer, zachtstaal en dynamostaal

figuur 2.P Grafiek $B=f(H)$

Voorbeeld 4

Een ringspoel met vierkante doorsnede heeft de afmetingen volgens onderstaande figuur. De kern is uit zachtstaal.

Bereken de veldsterkte, de fluxdichtheid en de flux in de kern.



figuur 2.Q ringspoel van vb 4

$$a = d_a - d_i = \frac{30 - 20}{2} = 5 \text{ cm}$$

$$A = opp = a \cdot a = 25 \text{ cm}^2 = 25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$H = \frac{N \cdot I}{l} = \frac{50 \cdot 2}{78,5 \cdot 10^{-2}} = 127,4 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

l : gem. magnetische weg van de krachtlijnen.

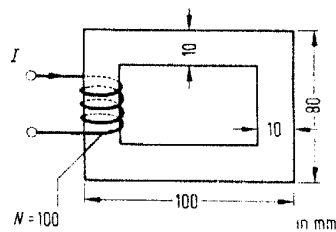
$$l = p \cdot \left(\frac{d_a + d_i}{2} \right) = p \cdot \left(\frac{30 + 20}{2} \right) = 78,5 \text{ cm} = 78,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Uit de tabel : $H = 128 \text{ A/m} \rightarrow B = 0,5 \text{ T}$

$$\Phi = B \cdot A = 0,5 \cdot 25 \cdot 10^{-4} = 1,25 \text{ mWb}$$

Voorbeeld 5

Uit welk materiaal bestaat volgende kern als de magnetische inductie gelijk is aan 1 T en de stroom I door de spoel gelijk is aan 0,89 A.



figuur 2. R

$$l_{gem} = [(80 - 10) + (100 - 10)] \cdot 2 = 320 \text{ mm} = 320 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

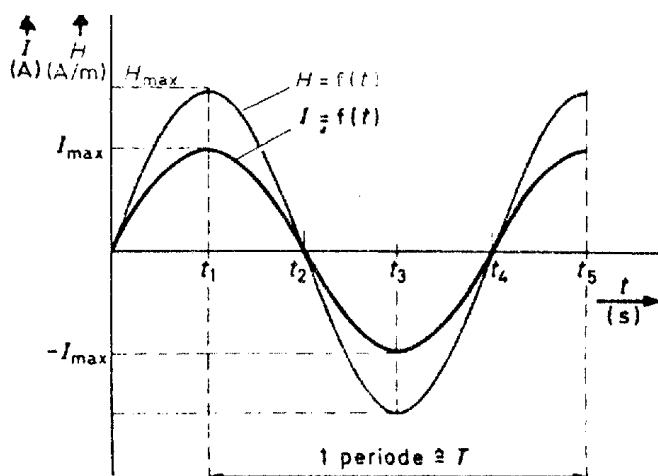
$$H = \frac{N \cdot I}{l_{gem}} = \frac{100 \cdot 0,89}{320 \cdot 10^{-3}} = 278 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

Uit de tabel vinden we voor $H = 280 \text{ A/m}$ en $B = 1 \text{ T}$, dat het materiaal dynamostaal is.

2.4.3 De Hysteresislus

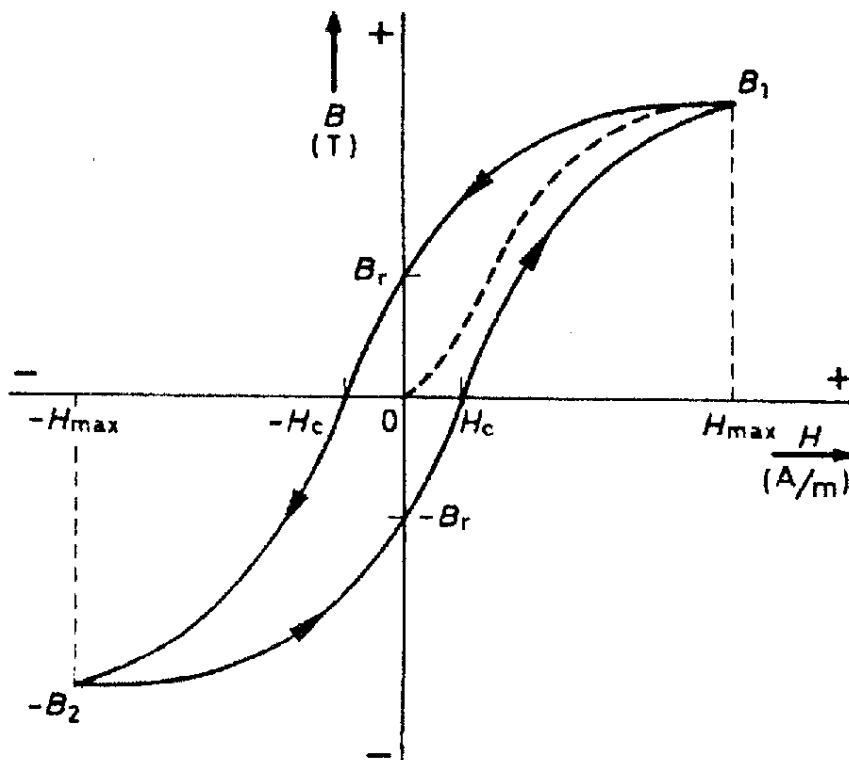
Vloeit door een spoel een wisselstroom, dan verandert de veldsterkte binnen de spoel overeenkomstig de stroom door de spoel.

$$H = \frac{N \cdot I}{l} \quad \text{met} \quad \frac{N}{l} \quad \text{als constante}$$



figuur 2.5 Verloop van de veldsterkte bij een wisselstroom I

Het verloop van de fluxdichtheid B als functie van de veldsterkte H heet de **hysteresislus**. (Zie figuur 2.t)



figuur 2.T Hysteresislus

Wordt de kern in de spoel voor de eerst maal gemagnetiseerd dan neemt B toe volgens de kromme OB_1 . Deze kromme heet ook wel de **aanvangskromme**.

Na tijdstip t_1 in 19 zijn de stroom en de veldsterkte hun maximale positieve waarden gepasseerd en neemt B af volgens de kromme $B_1 - B_2$.

Op tijdstip t_2 , waarbij $I = 0$, $H = 0$ en $B = B_r$. Deze B_r wordt veroorzaakt doordat een aantal weissgebiedjes nog in de oorspronkelijke veldrichting werken. Het magneticum vertoont hierdoor een **remanent magnetisme**. De fluxdichtheid B_r is hiervoor een maat. Na t_2 verandert de veldsterkte van richting. Bij een veldsterkte $-H_c$ is $B = 0$. De kern is dan ontmagnetiseerd. De negatieve veldsterkte, nodig om de kern te ontmagnetiseren, heet **coërcitieve veldsterkte** (H_c). Bij verdere toename van de veldsterkte in negatieve zin zal het magneticum opnieuw worden gemagnetiseerd. Op tijdstip t_3 bereikt de fluxdichtheid een waarde $-B_2$ bij een veldsterkte $-H_{max}$.

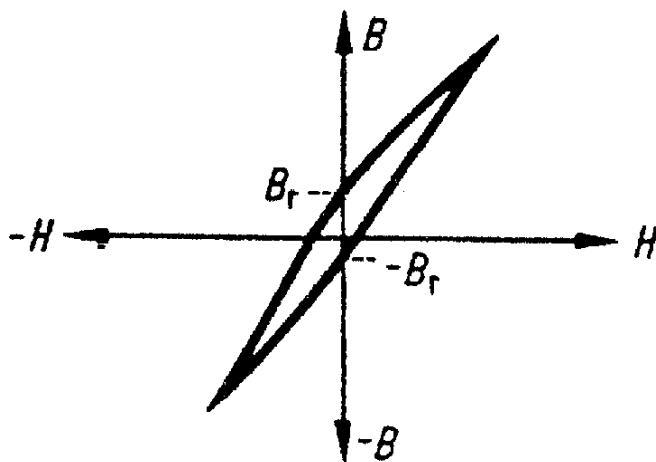
Ten tijde t_4 , als $I=0$ en $H=0$, vertoont de kern remanent magnetisme in negatieve richting, waarbij dan een fluxdichtheid van $-B_r$ optreedt. Hierna gaat de stroom weer van richting veranderen, waardoor de kern opnieuw ontmagnetiseerd wordt. Het magneticum is weer ontmagnetiseerd indien de veldsterkte in

positieve richting de waarde H_c heeft bereikt. Bij verdere toename van de veldsterkte in positieve richting wordt de kern weer gemagnetiseerd van B_r naar B_1 . De fluxdichtheid B_1 wordt weer bereikt op tijdstip t_5 , dus bij een veldsterkte van H_{max} . Gerekend van t_1 tot t_5 wordt de hysteresislus in aangegeven pijlrichting doorlopen. We spreken dan van **magnetische kringloop**. Het tijdsinterval $t_5 - t_1 = T$ komt overeen met 1 periode van de wisselstroom.

2.4.4 Verschillende hysteresislussen

De hysteresislus van magnetisch zacht materiaal: B_r klein.

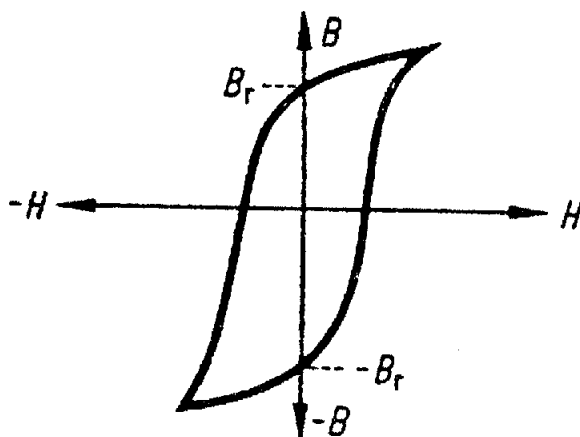
Als B_r klein is hebben we een materiaal met een klein remanent magnetisme.



figuur 2.U Magnetisch zacht materiaal

De hysteresislus van magnetisch hard materiaal: B_r groot.

Als B_r groot is hebben we een materiaal met een groot remanent magnetisme.



figuur 2.V Magnetisch hard materiaal

De hysteresislus van een magnetisch zeer hard materiaal: B_r zeer groot. Dit materiaal wordt gebruikt voor permanente magneten.

figuur 2.W Magnetisch zeer hard materiaal

De waarde van H_c bepaalt hoe gemakkelijk of moeilijk een kern van dat materiaal te demagnetiseren is ($B=0$).

De waarde van B_r bepaalt hoe sterk het remanent magnetisme is na het wegnemen van de bekrachtigingsspoel rond de kern.

2.4.5 Magnetiseringsarbeid- en verlies

Het magnetiseren en ontmagnetiseren gaat gepaard met het warm worden van de kern. Voor het voortdurend van richting veranderen van de weissgebiedjes is energie nodig; het oppervlak, ingesloten door de hysteresislus, blijkt hiervoor een maat te zijn. Deze energie wordt uiteindelijk geheel in warmte omgezet.

We nemen een kleine $\Delta B = B_2 - B_1$, dan krijgen we een rechthoekje met oppervlakte $(B_2 - B_1) \cdot (H_2 - H_1)$

$$\begin{aligned} T & \cdot A/m \\ Wb/m^2 & \cdot A/m \\ Vs/m^2 & \cdot A/m \\ VAs/m^3 \\ J/m^3 \end{aligned}$$

Arbeid per volume eenheid.

Het totale oppervlak, van de hysteresislus bestaat uit de som van een groot aantal van dergelijke strookjes en stelt de energie per m^3 voor, nodig om de hysteresislus éénmaal te doorlopen.

figuur 2.X Hysteresisverliezen

Onder hysteresisverliezen verstaat men de energie, die per seconde nodig is voor het magnetiseren en ontmagnetiseren [J/s of Watt].

Om deze energie zo klein mogelijk te houden, kiest men een magneticum met smalle hysteresislus en beperkt men zoveel mogelijk het volume van het magneticum.

Bevindt zich een metaal in een veranderlijk magnetisch veld, dan wordt in dit magneticum een spanning geïnduceerd. Deze spanning doet stroompjes ontstaan van moeilijk te bepalen richting. Deze stroompjes noemen we **wervelstromen** of **foucault stromen**.

Is I_f de som van de wervelstromen en R de ohmse weerstand van het magneticum -> $I_f^2 \cdot R \cdot t$ is de energie die in warmte wordt omgezet.

(met t = de tijd in s)

We spreken van **wervelstroomverliezen**.

Om de wervelstroomverliezen te beperken moeten we I_f zo klein mogelijk houden of m.a.w. de soortelijke weerstand zo groot mogelijk. Dit kunnen we bekomen door de kern te **lamelleren evenwijdig met de fluxrichting**. De magnetische flux ondervindt dan geen weerstand, de wervelstromen daarentegen een zeer grote R.

In elektrische machines treden altijd hysteresisverliezen en wervelstroomverliezen tegelijk op. Beide verliezen worden omgezet in warmte. Het is moeilijk deze verliezen afzonderlijk te bepalen. Daarom worden ze in het algemeen samen genomen en spreken we van **yzerverliezen**.

Yzerverliezen = Hysteresisverlies + Wervelstroomverlies.

$$P_{fe} = P_h + P_f$$

Een maat voor de yzerverliezen is het zogenaamd verliesgetal V.

Onder **verliesgetal** verstaan we het aantal watt per kg yzer dat bij een fluxdichtheid $B_v = 1$ T en een frequentie van 50 Hz bij een plaatdikte van 0,5 mm als gevolg van yzerverliezen in warmte wordt omgezet.

$$P_{fe} = V \cdot \left(\frac{B}{B_v} \right)^2 \cdot m$$

V in W/kg ; m in kg ; P_{fe} in W ; B in T ; $B_v = 1$ T

Voorbeeld 6

De massa van een magnetisch circuit van een transformator is 70 kg. Het verliesgetal is 1,6 W/kg.

Bereken P_{fe} bij 50 Hz en een fluxdichtheid van $B = 1,2$ T.

$$P_{fe} = V \cdot \left(\frac{B}{B_v} \right)^2 \cdot m = 1,6 \frac{W}{kg} \cdot \left(\frac{1,2}{1} \right)^2 \cdot 70 \text{ kg} = 161,28 \text{ W}$$

2.5 Het magnetisch circuit

2.5.1 Wet van Hopkinson

Een magnetisch circuit is opgebouwd uit ferromagnetisch materiaal bv. dynamoblik. Om de kern is een spoel aangebracht met N windingen, waarvan een stroom van I ampère vloeit. Laten we een magnetisch lek buiten beschouwing, dan verloopt de gehele flux door het ferromagneisch circuit.

Volgens Maxwell is

$$H = \frac{N \cdot I}{l_{gem}} \quad \text{en} \quad B = \mathbf{m} \cdot H = \mathbf{m} \cdot \frac{N \cdot I}{l_{gem}}$$
$$\Phi = B \cdot A = \mathbf{m} \cdot \frac{N \cdot I}{l_{gem}} \cdot A$$

$\Phi = \frac{N \cdot I}{\frac{l_{gem}}{\mathbf{m} \cdot A}} \quad \Rightarrow \quad \Phi = \frac{\mathbf{q}}{R_m}$

$$\mathbf{q} = N \cdot I = \text{magnetische spanning [A]}$$

$$R_m = \frac{l_{gem}}{\mathbf{m} \cdot A} = \text{magnetische weerstand of reluctantie [H}^{-1} \text{]}$$

figuur 2.Y Wet van Hopkinson

2.5.2 De magnetische spanning

Evenals bij een gelijkstroomketen kan men een magnetische keten beschouwen, bestaande uit een bron met een bepaalde magnetische spanning en een aantal magnetische weerstanden.

Nemen we als voorbeeld een spoel met N windingen, welke doorlopen wordt door een stroomsterkte I . Een werkelijke spoel heeft een weerstand R . Als we een spanning U aanleggen aan de spoel krijgen we een stroom $I = U/R$. Deze stroom zorgt voor de magnetische flux. I is bepalend voor de grootte en de richting van de flux. De flux is eveneens afhankelijk van het aantal windingen.

figuur 2.Z Magnetische spanning

De **magnetische spanning** als oorzaak van de flux is gelijk aan het product van stroom en aantal windingen.

$$\mathbf{q} = N \cdot I$$

$$\mathbf{q} = (\text{thäta}) : [A] \text{ of } [\text{Ampäre windingen}]$$

In een gelijkstroomketen spreekt men van spanningsvallen over weerstanden of verbruikers. Een gelijkaardige redenering kan men opbouwen voor twee spoelen die elk een deel van de magnetische flux opwekken. De deelspanningen in de magnetische keten noemen we V_1 , V_2 enz. De totale magnetische spanning noemen we θ (thèta).

$$\mathbf{q} = N_1 \cdot I_1 + N_2 \cdot I_2 + \dots = V_1 + V_2 + \dots$$

figuur 2.AA Analogie tussen een elektrische- en een magnetische keten

Voorbeeld 3

Een spoel met een doorsnede van 2 cm^2 en 100 windingen wordt doorlopen door een stroom van 1 A. Hoe groot is de magnetische spanning.

$$\theta = N \cdot I = 100 \cdot 1 = 100 \text{ A windingen}$$

2.5.3 De magnetische weerstand

Om tot een volledig vergelijk te komen met de gelijkstroomketen ontbreekt ons nog een overeenkomst tussen elektrische- en magnetische weerstand.

Dat we de veldlijnen kunnen beïnvloeden kunnen we aantonen aan de hand van een kleine proefopstelling. Eenerzijds hebben we een magnetisch veld in lucht en anderzijds gaan we een blokje ijzer in de veldlijnen brengen.

figuur 2.BB Ongestoord- en verstoord veld

Door het aanbrengen van het blokje ijzer, concentreren de veldlijnen zich bijna volledig door het stuk ijzer. Men kan dus zeggen dat de magnetische weerstand van het ijzer kleiner is dan deze van lucht.

De materialen met een kleine magnetische weerstand noemen we **ferromagnetische materialen**.

Analoog als voor een gelijkstroomketen kunnen we deze magnetische weerstand berekenen.

$$R = \frac{U}{I} \quad \boxed{R_m = \frac{q}{\Phi} = \frac{N \cdot I}{\Phi} \left[\frac{A}{VS} \right]}$$

$$R = r \cdot \frac{l}{A} \quad \boxed{R_m = \frac{l}{\mu \cdot A}}$$

R_m : magnetische weerstand A/Vs

l : gem lengte van de veldlijnen in m

A : oppervlakte loodrecht op de veldlijnen

μ : magnetische velconstante Vs/Am

Voorbeelden

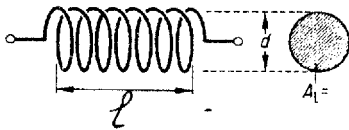
1. Ringspoel zonder kern.

figuur 2.CC ringspoel zonder kern

2. Spoel met gesloten kern

figuur 2.DD spoel met kern

3. luchtspoel



figuur 2.EE luchtspoel

Opmerkingen

* Indien er lekfluxen optreden is de flux niet constant in de gehele magnetische kring. We dienen daar rekening mee te houden.

* Indien we een luchtspoel hebben in de magnetische kring krijgen we een spreiding van de veldlijnen. De oppervlakte A_{lucht} zal dan groter zijn dan $A_{\text{magneticum}}$

We kunnen de spreiding aangeven door een getal;

Vb. spreiding van 20 %.

Dit wil zeggen dan A_{lucht} gelijk is aan $1,2 \times A_{\text{fe}}$

Ofwel bereken we de spreiding met behulp van de formule;

$$A_{\text{lucht}} = (a+l) \cdot (b+l)$$

Met l de lengte van de luchtspleet.

2.5.4 Voorbeelden

Voorbeeld 7

Een spoel met 720 windingen bevindt zich op een ferromagnetisch circuit met een doorsnede van 5 cm x 5 cm en een gemiddelde veldlijnweg van 60 cm.

Bereken de opgenomen stroomsterkte, wanneer in het magnetisch circuit een flux optreedt van 3,75 mWb.

$$\text{Geg.: } A = 5 \cdot 5 = 25 \text{ cm}^2 = 25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$N = 720 \quad l_{\text{gem}} = 0,6 \text{ m} \quad \Phi = 3,75 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

Gevr.: $I = ?$

Opl.: Eerste methode

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{3,75 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 10^{-4}} = 1,5 \text{ T}$$

Uit de $B=f(H)$ tabel vinden we voor dynamoblik:

$$B = 1,5 \text{ T} \rightarrow H = 2000 \text{ A/m}$$

$$H = \frac{N \cdot I}{l_{\text{gem}}} \rightarrow I = \frac{H \cdot l_{\text{gem}}}{N} = \frac{2000 \cdot 0,6}{720} = 1,67 \text{ A}$$

Opl.: Tweede methode

Volgens de tabel is voor $B = 1,5 \text{ T} \rightarrow \mu = 750 \cdot 10^{-6} \text{ H/m}$

$$R_m = \frac{l_{\text{gem}}}{\mu \cdot A} = \frac{0,6}{750 \cdot 10^{-6} \cdot 25 \cdot 10^{-4}} = 3,2 \cdot 10^5 \text{ H}^{-1}$$

$$q = N \cdot I = \Phi \cdot R_m = 3,75 \cdot 10^{-3} \cdot 3,2 \cdot 10^5 = 1200 \text{ A}$$

$$I = \frac{\Phi \cdot R_m}{N} = \frac{1200}{720} = 1,67 \text{ A}$$

Voorbeeld 8

Een gietstalen ring met een vierkante doorsnede heeft een buitendiameter van 100 mm en een binnendiameter van 60 mm.

De ring bezit een spoel met 100 windingen.

1. Hoe groot is de stroomsterkte, die bij een relatieve permeabiliteit μ_r van 2000 een magnetische flux van $2,4 \cdot 10^{-4}$ Wb veroorzaakt ?

2. Als het circuit een luchtspleet van 1 mm heeft hoe groot moet dan de stroomsterkte zijn om dezelfde flux te laten optreden.

We verwaarlozen de spreiding van de veldlijnen in de lucht.

1. zonder luchtspleet

$$l_{gem} = p \cdot D_{gem} = p \cdot \left(\frac{60 + 100}{2} \right) mm = 251,3 mm = 251,3 \cdot 10^{-3} m$$

De dikte van de ring is $(100+60)/2 = 20$ mm

De oppervlakte wordt dus:

$$A = 20 \times 20 = 400 \text{ mm}^2 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$R_m = \frac{l_{gem}}{m_o \cdot m_r \cdot A} = \frac{251 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot p \cdot 10^{-7} \cdot 2000 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 2,5 \cdot 10^5 H^{-1}$$

$$q = N \cdot I = \Phi \cdot R_m = 2,4 \cdot 10^{-4} \cdot 2,5 \cdot 10^5 = 60 A$$

$$I = \frac{q}{N} = \frac{60}{100} = 0,6 A$$

2. met luchtspleet

$$l_{gem} \text{ in staal} = 251,3 \text{ mm} - 1 \text{ mm} = 250,3 \cdot 10^{-3} \text{ m} = l_{gem1}$$

$$R_{m1} = \frac{l_{gem1}}{m_o \cdot m_r \cdot A} = \frac{250,3 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot p \cdot 10^{-7} \cdot 2000 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 2,49 \cdot 10^5 H^{-1}$$

$$R_{m2} = \frac{l_{gem2}}{m_o \cdot A} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot p \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 19,89 \cdot 10^5 H^{-1}$$

$$R_m = R_{m1} + R_{m2} = 2,49 \cdot 10^5 + 19,89 \cdot 10^5 = 22,38 \cdot 10^5 H^{-1}$$

$$q = N \cdot I = \Phi \cdot R_m = 2,4 \cdot 10^{-4} \cdot 22,38 \cdot 10^5 = 537 A$$

$$I = \frac{q}{N} = \frac{537}{100} = 5,37 A$$

Het vorige vraagstuk kunnen we ook oplossen met behulp van de Wet van Maxwell.

1. Zonder luchtspleet

$$l_{\text{gem}} = 251 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$A = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{2,4 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-4}} = 0,6 \text{ T}$$

$$H = \frac{B}{\mu_0 \cdot \mu_r} = \frac{0,6}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 2000} = 238,7 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

Wet van Maxwell : $H \cdot l = N \cdot I$

$$I = \frac{H \cdot l}{N} = \frac{238,7 \cdot 251 \cdot 10^{-3}}{100} = 0,6 \text{ A}$$

2. met luchtspleet

Veldlijnweg l_1 in staal = $250,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

l_2 in lucht = $1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

in staal:

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{A_1} = \frac{2,4 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-4}} = 0,6 \text{ T}$$

$$H_1 = \frac{B_1}{\mu_0 \cdot \mu_r} = \frac{0,6}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 2000} = 238,7 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$H_1 \cdot l_1 = 238,7 \cdot 250,3 \cdot 10^{-3} = 59,7 \text{ A}$$

in lucht:

$$B_2 = \frac{\Phi_2}{A_2} = \frac{2,4 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-4}} = 0,6 \text{ T}$$

$$H_2 = \frac{B_2}{\mu_0} = \frac{0,6}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} = 4,773 \cdot 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$H_2 \cdot l_2 = 4,773 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 477,3 \text{ A}$$

Wet van Maxwell: $\Sigma H \cdot l = N \cdot I$

$$I = \frac{H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2}{N} = \frac{59,7 + 477,3}{100} = 5,37 \text{ A}$$

Besluit: De stroom I is 9 maal groter ten gevolge van een luchtspleet van 1 mm.

2.6 Krachten in het magnetisch veld

2.6.1 Inleiding

Twee magneten oefenen krachten op elkaar uit. De oorzaak van deze krachten is toe te schrijven aan de magnetische velden. Bevindt een stroomvoerende geleider zich in een magnetisch veld, dan is er in feite ook sprake van twee magnetische velden, zodat ook hier krachten optreden. Evenzo zullen twee stroomvoerende geleiders krachten op elkaar uitoefenen.

Er wordt gesproken van **elektromagnetische** krachtwerking indien één van de velden afkomstig is van een stroomvoerende geleider of spoel (vb. elektromagnetische meter). Zijn beide velden afkomstig van stroomvoerende geleiders, dan spreken we van **elektrodynamische** krachtwerking (vb. elektrodynamische meter).

2.6.2 Kracht op een bewegend elektron in een magnetisch veld

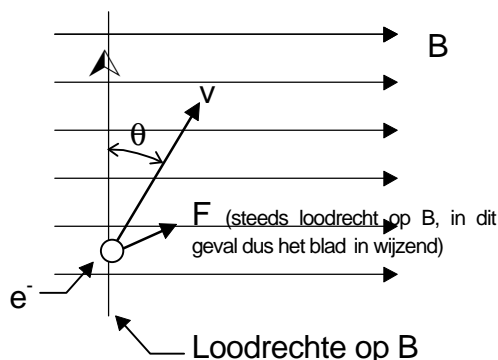
Indien een elektron met elektrische lading e ($1,6 \cdot 10^{-19}$ C) zich met een snelheid v (m/s) loodrecht op de krachtlijnen van een magnetisch veld beweegt (B : Wb/m^2) zal hierop een kracht F inwerken met als uitdrukking:

$$F = B \cdot e \cdot v \quad [N]$$

Deze kracht noemt men de **Lorenzkracht**.

Als het elektron onder een bepaalde hoek in het veld beweegt is:

$$F = B \cdot e \cdot v \cdot \cos \alpha \quad [N]$$



figuur 2.FF Lorenzkracht op een elektron

2.6.3 Kracht op een stroomvoerende geleider in een magnetisch veld

Een geleider bevat n vrije elektronen per m^3 .

Voor een geleider met een lengte l en doorsnede A bewegen dus $n \cdot A \cdot l$ aantal elektronen

$$F = B \cdot e \cdot (n \cdot A \cdot l) \cdot v$$

De hoeveelheid elektriciteit die zich verplaatst =

$$Q = e \cdot n \cdot A \cdot l$$

De snelheid waarmee de elektronen zich verplaatsen =

$$v = l/t$$

Nu kunnen we schrijven dat:

$$F = B \cdot Q \cdot \frac{l}{t} = B \cdot \frac{Q}{t} \cdot l$$

$$\text{met } \frac{Q}{t} = I$$

$$F = B \cdot I \cdot l \text{ [N]}$$

F : de Lorentzkracht op een stroomvoerende geleider

B : de component v.d. inductie loodrecht op de geleider

I : de stroomsterkte door de geleider

l : de geleider bevindt zich over een afstand l in het veld

Als de stroomvoerende geleider een bepaalde hoek met de richting van de magnetische veldlijnen vormt, is de uitdrukking:

$$F = B \cdot I \cdot l \cdot \cos \theta$$

θ : hoek gevormd door de normaal op de geleider en het magnetisch veld.

figuur 2.GG Kracht op een stroomvoerende geleider

Voorbeeld 9

Een rechte geleider voert een stroom van 100 A en bevindt zich over een afstand van 2 m in een homogeen veld met een fluxdichtheid van 0,2 T. Bereken de kracht op de geleider, indien deze zich loodrecht op de veldrichting bevindt.

$$I = 100 \text{ A}, l = 2 \text{ m}, B = 0.2 \text{ T}$$

$$F = B \cdot I \cdot l = 0.2 \times 100 \times 2 = 40 \text{ N}$$

De richting van de Lorentzkracht wordt bepaald door de richting van de fluxdichtheid B en de stroomrichting I. Rondom een stroomvoerende geleider, in een homogeen veld, is een cirkelvormig magnetisch veld aanwezig. Beide velden werken elkaar tegen links van de geleider en werken elkaar mee rechts van de geleider.

Het totaal resulterend veld is dan niet meer homogeen. Het resulterend veld zal proberen de geleider naar links te duwen, om het veld opnieuw een homogeen karakter te geven (actie = reactie). De kracht op de stroomvoerende geleider is dus gericht **vanaf de veldversterking naar de veldverzwakking.**

figuur 2.HH Veld rond stroomvoerende geleider

We zullen op deze wijze steeds de richting van de Lorentzkracht vinden. In die gevallen waarbij het tekenen van de velden te omslachtig is, kan gebruik worden gemaakt van de **linkerhandregel**.

Linkerhandregel :

Houdt de vlakke linkerhand zodanig dat :

- * de flux de handpalm binnentreedt.
 - * de vingertoppen de stroomrichting aangeven.
- > dan wijst de duim in de richting van de kracht.
-

Deze regel kan ook worden toegepast voor het bepalen van de krachtrichting op een bewegende lading (elektron).

figuur 2.35

2.6.4 Kracht tussen twee evenwijdige stroomvoerende geleiders

figuur 2.36 Kracht op 2 // geleiders

* Berekening van de kracht op geleider 1 tgv. het veld afkomstig van de stroom door geleider 2.

$$F_1 = B_2 \cdot I_1 \cdot l_1$$

$$B_2 = \mu \cdot H_2$$

$$H_2 = \frac{I_2}{2 \cdot p \cdot s}$$

$$F_1 = \mu \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{2 \cdot p \cdot s} \cdot l$$

* Berekening van de kracht op geleider 2 tgv. het veld afkomstig van de stroom door geleider 1.

$$F_2 = B_1 \cdot I_2 \cdot l_2$$

$$B_1 = \mu \cdot H_1$$

$$H_1 = \frac{I_1}{2 \cdot p \cdot s}$$

$$F_2 = \mu \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{2 \cdot p \cdot s} \cdot l$$

Samen geeft dit:

$$F = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{2 \cdot p \cdot s} \cdot l$$

$$F = \left[\frac{Vs}{Am} \cdot \frac{A \cdot A}{m} \cdot m \right]$$

$$F = \left[\frac{Ws}{m} = \frac{Nm}{m} = N \right]$$

De zin van de magnetische krachtlijnen rond de stroomvoerende geleiders kan bepaald worden door toepassing van de **rechterhandregel** en de zin van de Lorentskrachten door toepassing van de **linkerhandregel**.

figuur 2.37 Evenwijdige stromen in tegengestelde zin stoten elkaar af

figuur 2.38 Evenwijdige stromen in dezelfde zin trekken elkaar aan

Voorbeeld 10

Twee rails lopen op een afstand van 10 cm evenwijdig. Bereken de optredende elektrodynamische kracht per meter rail, als er een kortsluitstroom van 20 kA optreedt.

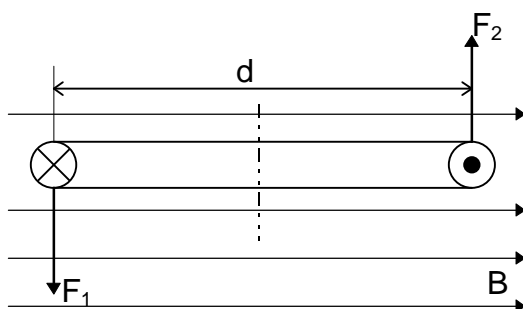
$$F = m_o \cdot m_r \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{2 \cdot p \cdot s} \cdot l$$
$$= 4 \cdot p \cdot 10^{-7} \cdot l \cdot \frac{20 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 10^3}{2 \cdot p \cdot 0,1} \cdot l = 800 N$$

Stel $I_1 = I_2 = 1 A$; $l = 1 m$; $s = 1 m \implies F = 2 \cdot 10^{-7} N$

1 Ampère is de sterkte van de gelijkstroom, die lopend in 2 evenwijdige geleiders van verwaarloosbare doorsnede en zeer grote lengte, op 1m afstand van elkaar in het vacuüm, een kracht op elkaar uitoefenen van $2 \cdot 10^{-7} N$ per meter lengte.

Voorbeeld 11

Hoe groot zal het draaimoment zijn van een rechthoekige winding met n windingen in een homogeen magnetisch veld B. De winding wordt doorlopen door een stroom I. De diameter van de winding is gelijk aan d en de lengte gelijk aan l.



figuur 2.39 Draaimoment van een rechthoekige winding

$$F = B \cdot I \cdot l \quad \text{en} \quad F_1 = F_2$$

Moment is kracht maal afstand

$$\mathbf{M = B \cdot I \cdot l \cdot d \cdot n}$$

2.6.5 Toepassingen van magnetische krachtwerking

- . De elektromotor
- . Meetinstrumenten
- . De elektromagnetische luidspreker en microfoon
- . Versnellen van geladen deeltjes
- . Afbuigen van elektronenbundels
- . De Hall - generator

2.7 Elektromagnetische inductie

2.7.1 Inleiding

Een elektromagnetische inductie is het verschijnsel van het ontstaan van een spanning over een spoel die aan een magnetische fluxvariatie onderworpen is.

M.a.w.

Een inductiespanning in een spoel is steeds het gevolg van de verandering van de door de spoel omvatte flux.

Deze fluxverandering kan het gevolg zijn van :

- * Het bewegen van een magneet naar de spoel, of er vanaf.
(fluxvermeerdering of fluxvermindering)
- * Het bewegen van een spoel in een magnetisch veld
(bewegingsspanning)
- * Stroomverandering in de spoel zelf.
(zelfinductie)
- * Stroomverandering in een andere spoel.
(wederzijdse inductie)

In de laatste twee gevallen wordt de fluxverandering veroorzaakt door een stroomverandering.

2.7.2 De wet van Lenz

De richting van een inductiespanning en inductiestroom is altijd zodanig, dat deze de oorzaak van zijn ontstaan tegenwerkt

2.7.3 De inductiewet van Faraday

De gemiddelde waarde van de emk, geïnduceerd in een spoel waarin de omvatte flux varieert, kan berekend worden met de formule:

$$E_{gem} = - N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$\Delta\Phi$ = de magnetische fluxvariatie in wb
= $\Phi_2 - \Phi_1$

Δt = het tijdsinterval waarin deze $\Delta\Phi$ optreedt in sec.
= $t_2 - t_1$

N = aantal windingen van de spoel.

Bij een fluxvermindering ($\Delta\Phi$ negatief) krijgen we een positieve spanning. Het minteken in de inductiewet moeten we opvatten als de wiskundige interpretatie van de wet van Lenz.

De momentele waarde van de geïnduceerde spanning is $e = -N d\Phi/dt$.

2.7.4 Beweging van magneet naar- of van een spoel

figuur 2.40 Inductiespanning t.g.v. beweging

Beweging

magneet van spoel weg

-> **fluxvermindering**

magneet naar spoel toe

-> **fluxvermeerdering**

De richting van de geïnduceerde spanning is volgens Lenz nu zodanig, dat deze fluxverandering wordt tegengewerkt.

-> De optredende inductiestroom zal dus trachten het oorspronkelijk veld in stand te houden.

maw. **meewerkende flux**

tegenwerkende flux

Aan de hand van deze flux kunnen we de richting bepalen van de inductiestroom I dmv. de kurketrekkerregel.

----->-----

positieve bronspanning

-----<-----

negatieve bronspanning

Besluit:

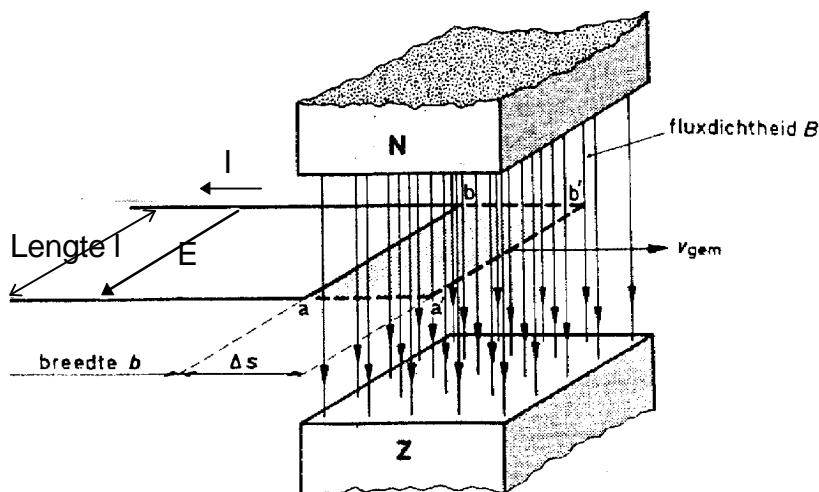
Bij een fluxvermindering treedt een positieve bronspanning op.

Bij een fluxtoename treedt een negatieve bronspanning op.

2.7.5 Bewegende winding in een homogeen veld

In de onderstaande figuur is een gedeelte van een winding getekend. De winding met lengte l en breedte b verplaatst zich met een gemiddelde snelheid v_{gem} [m/s], loodrecht op de veldrichting. In Δt seconden is de afgelegde weg Δs zodat $v_{gem} = \Delta s / \Delta t$. De fluxverandering in de winding is gelijk aan :

$$\Delta\Phi = B \cdot \Delta A = B \cdot l \cdot \Delta s$$



figuur 2.41 Bewegende winding in een homogeen veld

De in de geleider ab opgewekte bronspanning is volgens Faraday:

$$E_{gem} = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad (N = l)$$

$$E_{gem} = - \frac{B \cdot l \cdot \Delta s}{\Delta t}$$

$$E_{gem} = - B \cdot l \cdot v_{gem}$$

! v is de snelheid loodrecht op de veldrichting.

De momentele waarde van de geïnduceerde spanning is : $e = B \cdot l \cdot v$

met als eenheden:

$$[V = T \cdot m \cdot m/s]$$

De Rechterhandregel

De richting van de geïnduceerde spanning, welke optreedt bij het bewegen van een geleider in een magnetisch veld, kan worden bepaald met de rechterhandregel.

figuur 2.42 Rechterhandregel

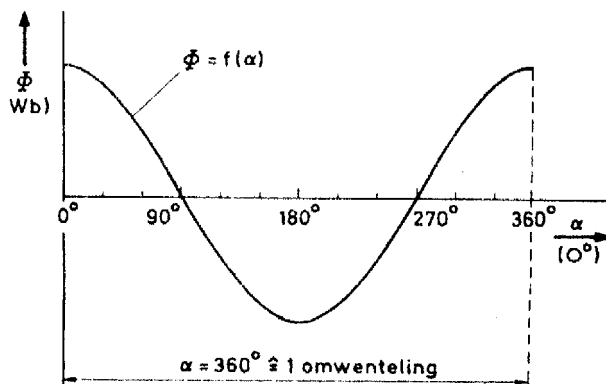
Rechterhandregel

Houdt de vlakke rechterhand zodanig dat :

- . het veld in de handpalm treedt,
 - . de gestrekte duim de bezegingsrichting aangeeft,
 - > dan geven de gestrekte vingers de richting van de opgewekte spanning.
-

2.7.6 Roterende winding in een homogeen veld

Draait een winding in een homogeen veld, dan verandert de door de winding omvatte flux zoals onderstaande figuur toont.



figuur 2.43 Het verloop van de flux i.f.v. α

Als de hoek $\alpha = 0^\circ$ dan is de flux Φ maximaal

Als de hoek $\alpha = 90^\circ$ dan is de flux $\Phi = 0$.

De afstand AB is een maat voor de maximale stand van de winding.

De afstand CD is een maat voor de omvatte flux wanneer de winding over een hoek α gedraaid is.

$$CD = AB \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = CD / AB = \Phi / \Phi_{\max}$$

$$\text{ofwel } \Phi = \Phi_{\max} \cdot \cos \alpha$$

figuur 3.44 Roterende winding in een homogeen veld

Roteert een winding in een homogeen magnetisch veld, dan verloopt de door de winding omvatte flux, als functie van de doorlopen hoek, cosinusvormig.

We zullen nu nagaan hoe de geïnduceerde spanning verloopt als de winding met een constant toerental in een homogeen veld roteert.

In de bovenstaande figuur is de veldrichting verticaal genomen, zodat alleen de horizontale component v_{hor} van de omtreksnelheid v een inductiespanning veroorzaakt. De omtreksnelheid staat altijd loodrecht op de straal.

$$v_{\text{hor}} = v \cdot \sin \alpha$$

figuur 2.45 Roterende winding in een homogeen veld

De grootte van de momentele waarde van de opgewekte spanning in 1 windingszijde vinden we door in $e = -B \cdot l \cdot v$, voor v de snelheid v_{hor} te nemen.

$$e = -B \cdot l \cdot v_{\text{hor}}$$

$$e = -B \cdot l \cdot v \cdot \sin \alpha$$

voor $\alpha = 90^\circ$ ofwel $\sin \alpha = 1$

$$e = E_{\text{max}} = -B \cdot l \cdot v$$

$e = E_{\text{max}} \cdot \sin \alpha$
--

Roteert een winding met een constante snelheid in een homogeen magnetisch veld, dan verloopt de in de winding geïnduceerde spanning, als functie van de doorlopen hoek, sinusvormig.

figuur 2.46 Flux en spanning i.f.v. doorlopen hoek α

Figuur 2.46. geeft de omvatte flux Φ en de opgewekte spanning e weer, als functie van de doorlopen hoek. De bronspanning en de flux zijn 90° in fase verschoven t.o.v. elkaar, de bronspanning ijlt 90° na op de flux of de flux ijlt 90° voor op de bronspanning.

De maximale spanning die in één zijde van de winding wordt opgewekt is $E_{\max} = B.l.v$. Daar één winding 2 zijden heeft die veldlijnen "snijden" geldt voor de grootte (in absolute waarde) van de maximale bronspanning per winding.

$$E_{\max} = 2.B.l.v$$

Omtreksnelheid = hoeksnelheid x straal

$$v = \omega \times r \qquad \omega = 2.\pi.n$$

$$E_{\max} = 2.B.l.\omega.r$$

De oppervlakte van de winding is $A = l.d = l.2.r$

$$E_{\max} = B.A.\omega \qquad (B.A = \Phi_{\max})$$

$E_{\max} = w. \Phi_{\max}$

Max. spanning in 1 winding

$E_{\max} = w. N. \Phi_{\max}$

Max spanning voor N windingen

figuur 2.47 N windingen in een homogee magnetisch veld

Voorbeeld 12

Een spoel bestaat uit 100 evenwijdige windingen en roteert met een constante hoeksnelheid van 314 rad/s in een homogeen veld.

De flux van het veld is 6,36 mWb.

Bereken de maximum optredende spanning en de opgewekte spanning op het tijdstip, dat de spoel een hoek van 30° maakt met de neutrale lijn.

Geg.:

$$\Phi_{\max} = 6.36 \text{ mWb}$$

$$\omega = 314 \text{ rad/s}$$

$$N = 100$$

Gevr.:

$$E_{\max} \text{ en } e \text{ bij } 30^\circ$$

Opl.:

$$\begin{aligned} E_{\max} &= \omega \cdot \Phi_{\max} \cdot N \\ &= 314 \cdot 6,36 \cdot 10^{-3} \cdot 100 = 200 \text{ V} \end{aligned}$$

$$e_{30^\circ} = E_{\max} \cdot \sin 30^\circ = 100 \text{ V}$$

2.7.7 Spanning van zelfinductie

Zelfinductiecoëfficiënt

Indien we een gelijkstroom I door een spoel sturen, dan zal hierdoor een flux Φ ontstaan die evenredig is met de stroom I , en verder afhangt van de opbouw van de spoel (soort magneticum, aantal windingen)

We kunnen dit samenvatten door te stellen:

$$\Phi = \text{cte. } I \text{ of } \Phi = \frac{L}{N} \cdot I$$

met N het aantal windingen

$$L = \frac{N \cdot \Phi}{I} = \text{ : zelfinductie - coëfficiënt}$$

Combineren we dit met de Wet van Hopkinson

$$\Phi = \frac{q}{R_m} = \frac{N \cdot I}{\frac{l_{gem}}{m \cdot A}}$$

dan vinden we

$$\Phi = \frac{L}{N} \cdot I = \frac{N \cdot I}{\frac{l_{gem}}{m \cdot A}}$$

$$L = \frac{N^2 \cdot m \cdot A}{l_{gem}}$$

eenheid:

$$\frac{H}{m} \cdot m^2 = H$$

zodat we uit de geometrie van een spoel steeds L kunnen bereken

Voorbeeld 13

Geg.:

Een luchtspoel met 1000 windingen over een lengte van 5 mm verdeeld en met een kernddoorsnede van $0,5 \text{ cm}^2$.

Gevr.:

Bereken de coëfficiënt van zelfinductie.

Opl.:

$$L = \frac{N^2 \cdot \mu \cdot A}{l_{\text{gem}}} = \frac{1000^2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}} \cdot 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 12,56 \text{ mH}$$

Zelfinductiespanning

Treedt in een spoel een stroomverandering ΔI op, dan zal dit gepaard gaan met een fluxverandering $\Delta \Phi$.

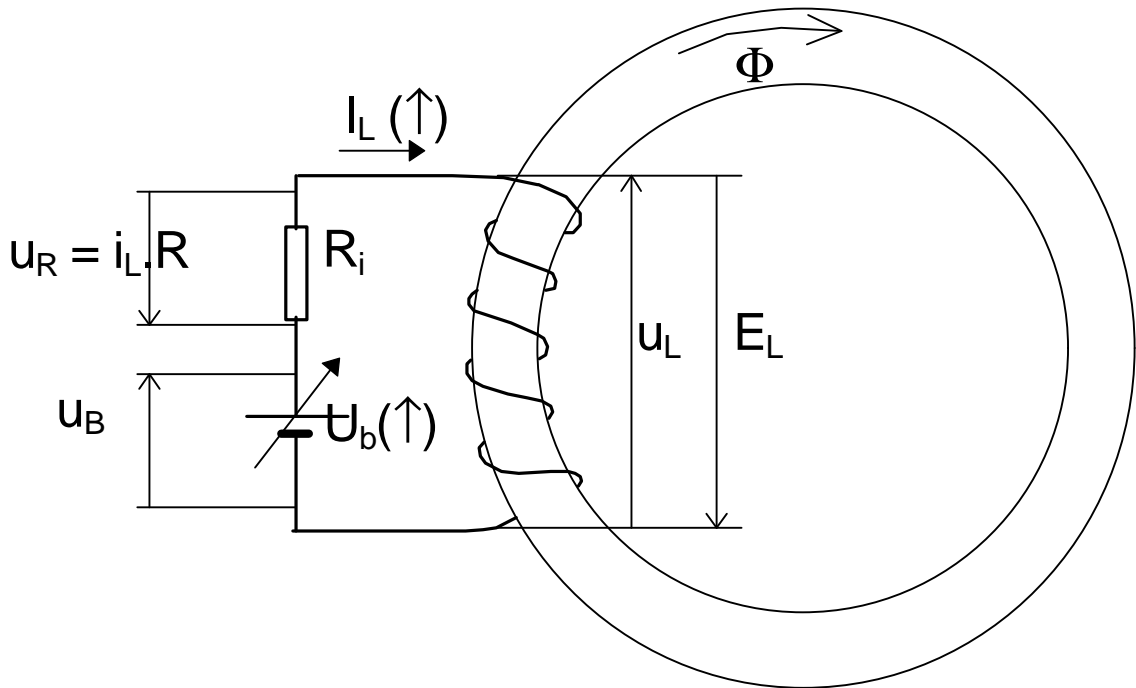
Voor de zelfinductiecoëfficiënt van de spoel geldt:

$$L = \frac{N \cdot \Delta \Phi}{\Delta I}$$

Volgens Faraday is de gemiddelde waarde van de bronspanning, die als gevolg van de fluxverandering $\Delta \Phi$ optreedt.

$$E_{\text{gem}} = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} \qquad E_{\text{gem}} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

$$[\text{V}] = [\text{H}] \cdot \frac{[\text{A}]}{[\text{s}]}$$



figuur 2.48 Zelfinductiespanning

Indien we in bovenstaande figuur de spanning U_b laten stijgen zal i_L onmiddellijk stijgen ($di_L/dt > 0$), waardoor een tegenwerkende inductiespanning E_L ontstaat ($E_L = -L di_L/dt$) die negatief is, zodat de spanning $u_L = -E_L$ positief wordt en de stroomverandering tegenwerkt.

De bronspanning die hier het gevolg is van de stroomverandering in de spoel zelf, noemen we de **spanning van zelfinductie**.

Voor de momentele waarde van de zelfinductiespanning kunnen we schrijven:

$$e_z = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = -L \cdot \frac{di}{dt}$$

Voorbeeld 14

In een spoel groeit de stroomsterkte in 0.1 s aan van 2.4 A tot 2.6 A. Bereken de gemiddelde spanning van zelfinductie, als de zelfinductiecoëfficiënt 0.1 H bedraagt. Hoe is de richting van de geïnduceerde spanning t.o.v. de klemspanning ?

Geg.:

$$\Delta t = 0.1 \text{ s}$$

$$\Delta I = 2.6 \text{ A} - 2.4 \text{ A} = 0.2 \text{ A}$$

$$L = 0.1 \text{ H}$$

Gevr.:

$$E_{L_{\text{gem}}}$$

Opl.:

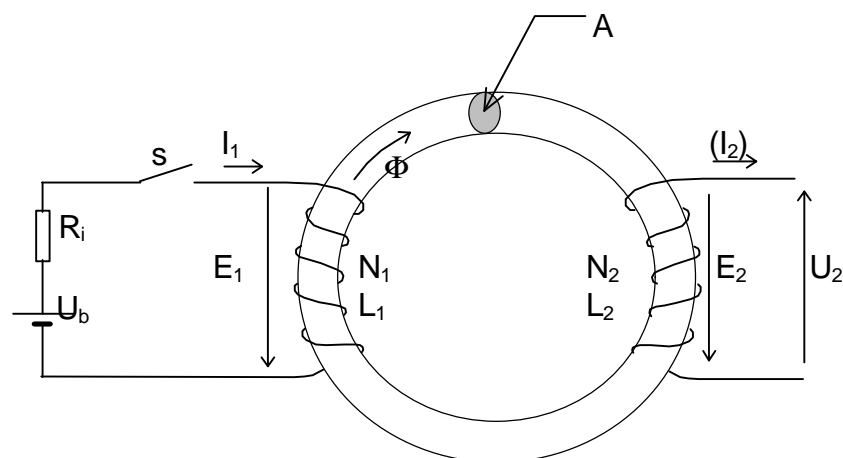
$$E_{L_{\text{gem}}} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} = -0,1 \cdot \frac{0,2}{0,1} = -0,2 \text{ V}$$

-0,2 V wil zeggen dat de bronspanning is tegengesteld gericht aan de klemspanning.

2.7.8 Spanning van wederzijdse inductie

Laten we in onderstaande figuur de lekflux buiten beschouwing dan omvat spoel 1 dezelfde flux als spoel 2.

Bij een stroomverandering in spoel 1 zal daardoor in spoel 2 een spanning worden geïnduceerd. We noemen deze bronspanning de **spanning van wederzijdse inductie**.



figuur 2.46 Wederzijdse inductie

Indien we op tijdstip t de schakelaar s sluiten, zal door spoel 1 een stroomverandering $\Delta i/\Delta t > 0$ ontstaan.

Deze stroomverandering veroorzaakt een fluxverandering $\Delta\Phi (>0)$ ontstaan.

* Deze fluxverandering wekt in spoel 2 een inductiespanning E_2 op die we kunnen berekenen uit.

$$E_{gem\ 2} = \frac{-N_2 \cdot \Delta\Phi}{\Delta t} \quad (< 0)$$

In figuur 2.44. kunnen we richting en zin van de flux en de spanning E_2 zoals in [2.7.4].

* Tegelijkertijd wordt in spoel 1 een zelfinductiespanning E_1 opgewekt die we kunnen berekenen volgens:

$$E_{gem\ 1} = \frac{-N_1 \cdot \Delta\Phi}{\Delta t} = -L_1 \cdot \frac{\Delta I_1}{\Delta t} \quad (< 0)$$

$$\text{waaruit } \Delta\Phi = \frac{-L_1 \cdot \Delta I_1}{N_1}$$

We krijgen dan:

$$E_{gem\ 2} = \frac{-N_2 \cdot L_1}{N} I_1 \cdot \frac{\Delta I_1}{\Delta t}$$

$$E_{gem\ 2} = Cte. \frac{\Delta I_1}{\Delta t}$$

$$= M \cdot \frac{\Delta I_1}{\Delta t}$$

M is de coëfficiënt van wederzijdse inductie [Henry]

$$M = L_1 \cdot \frac{N_2}{N_1}$$

Voor een spoel op een ferromagnetische kern geldt:

$$L_1 = \frac{\mu \cdot A \cdot N_1^2}{l_{gem}} \quad \text{en} \quad L_2 = \frac{\mu \cdot A \cdot N_2^2}{l_{gem}}$$

waarin:

A = opp v.d. doorsnede van de kern.

l_{gem} = gemiddelde lengte van de kern.

μ =permeabiliteit van de kern.

Hieruit kunnen we berekenen:

$$\frac{L_1}{N_1^2} = \frac{\mathbf{m} \cdot A}{l_{gem}} = \frac{L_2}{N_2^2}$$

↓

$$\frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 - \frac{N_2}{N_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

↓

$$M = L_1 \cdot \frac{N_2}{N_1} = L_1 \cdot \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

of ook

$$M = \sqrt{L_1 \cdot L_2} = L_1 \cdot \frac{N_2}{N_1} = L_2 \cdot \frac{N_1}{N_2}$$

In praktijk is als gevolg van de optredende spreiding (lek)

$$M < \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

We krijgen voor M :

$$M = k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

met k : de koppelfactor $k \leq 1$

De spanning van wederkerige inductie is dan :

$$E_{gem2} = - M \cdot \frac{\Delta I_1}{\Delta t_1}$$

met E_{gem2} [V]

M [H]

ΔI [A]

Δt [s]

Voorbeeld 15

Twee spoelen $L_1 = 2\text{H}$ en $L_2 = 4\text{H}$, beïnvloeden elkaar zodanig dat de koppelfactor $k = 0,02$. Bereken de coëfficiënt van wederzijdse inductie en de gemiddelde opgewekte spanning van wederzijdse inductie in beide spoelen, wanneer de stroomtoename in de eerste spoel $0,2\text{ A/s}$ en in de tweede spoel $0,3\text{ A/s}$ bedraagt.

geg: $L_1 = 2\text{H}$, $L_2 = 4\text{H}$, $k = 0,02$
 $\Delta I_1/\Delta t_1 = 0,2\text{ A/s}$, $\Delta I_2/\Delta t_2 = 0,3\text{ A/s}$

gevr: M , $E_{\text{gem}1}$, $E_{\text{gem}2}$

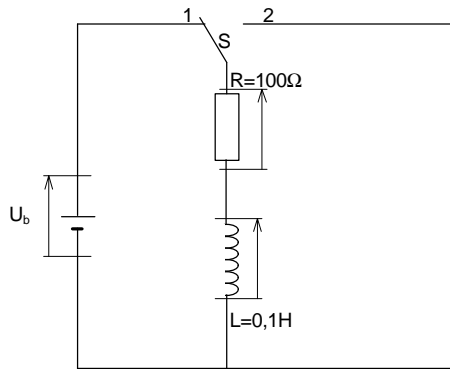
Opl:

$$M = k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} = 0,02 \cdot \sqrt{2 \cdot 4} = 56,6\text{mH}$$

$$E_{\text{gem}2} = -M \cdot \frac{\Delta I_2}{\Delta t_2} = -0,056 \cdot 0,3 = -0,017\text{V}$$

$$E_{\text{gem}1} = -M \cdot \frac{\Delta I_1}{\Delta t_1} = -0,056 \cdot 0,2 = -0,011\text{V}$$

2.8 In- en uitschakelen van een RL - combinatie



figuur 2.50 RL combinatie

De weerstand van de spoel is
zeer klein t.o.v. $R = 100\Omega$

$$\tau = L/R = 1 \text{ ms}$$

S in stand 1 : ingeschakeld:

$$t = 0 \rightarrow I = 0 \quad t = 5 \text{ ms} \rightarrow I = U/R$$

Dat de stroom niet direct zijn eindwaarde bereikt komt doordat bij stroomtoename een zelfinductiespanning wordt opgewekt die zodanig is gericht dat de stroomtoename wordt tegengewerkt.

$$t = 0, I = 0$$

$$U_R = I \cdot R = 0$$

$$\downarrow \quad U_b = U_R + U_L$$

$$U_b = U_L$$

Gedurende de inschakeltijd zal de stroom i_L stijgen en de spanning u_L dalen. De krommen in bovenstaande figuur zijn te vergelijken met de laad- en ontlaadkromme van een condensator.

S in stand 2 : uitgeschakeld

$$U_L + U_R = 0 \rightarrow U_L = -U_R$$

De spanning over de spoel neemt evenals de stroom i af tot nul volgens de zo genaamde e-functie (zie condensatoren).

De in- en uitschakeltijd blijken evenredig te zijn met de zelfinductiecoëfficiënt L en omgekeerd evenredig met de weerstand R

$$t = \frac{L}{R} \left[\frac{\text{Henry}}{\text{Ohm}} = \frac{\text{V} \cdot \text{S}}{\text{A}} \cdot \frac{\text{A}}{\text{V}} = \text{s} \right]$$

We noemen τ de tijdconstante van de RL-combinatie.

