Chapitre 13

Régime alternatif sinusoïdal

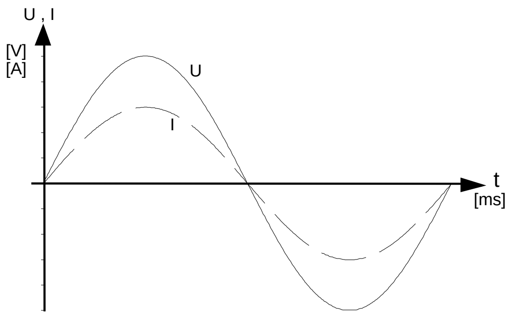
Sommaire

- Définitions des valeurs de courants alternatifs
- Production d'une tension alternative
- Valeurs de crête, moyenne et efficace
- Représentations temporelles et vectorielles des signaux alternatifs
- Addition de signaux en phase et déphasés

Introduction

13. Généralités et définitions :

Tout courant ou tension peut se représenter dans des systèmes d'axes i = f (t) pour les courants et u =f (t) pour les tensions, dans lesquelles i et u représentent une valeur instantanée (valeur à un instant donné).



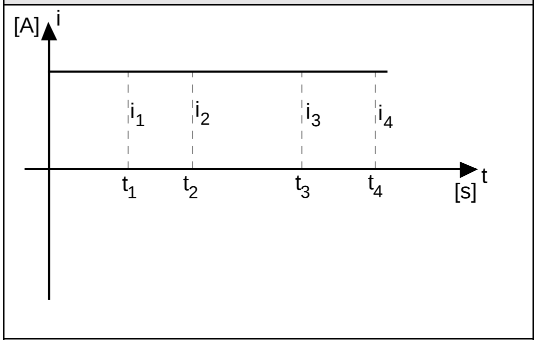
i = f (t) ou u = f (t) sont des représentations temporelles, puisque, dans le premier cas, il s'agit de représenter le courant i en fonction du temps t, et dans le second la tension u en fonction du temps t. De façon plus générale, représenter une grandeur en fonction du temps.

Il existe plusieurs types de courants ou de tensions pour lesquels nous pouvons tracer ces représentations :

Remarque : L'utilisation d'une minuscule pour i ou pour u indique qu'il s'agit d'une valeur instantanée, c'est à dire, la valeur du courant ou de la tension à un instant donné. La courbe résultante représente l'ensemble des valeurs instantanées.

13.1 Formes de courants :

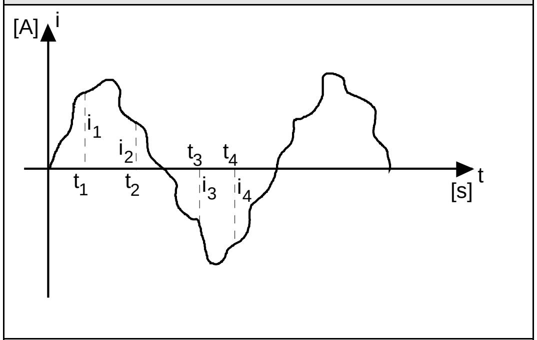
Courants continus DC



La valeur et le sens du courant instantané ne changent pas.

$i_1 = i_2 = i_3 = i_4$

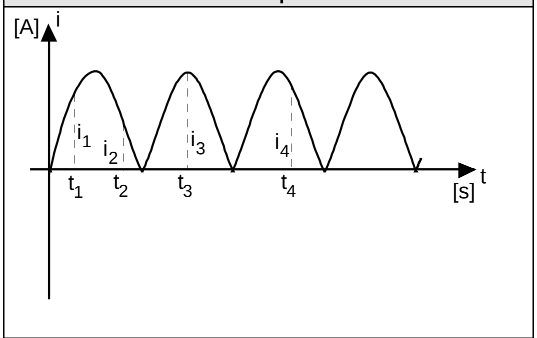
Courants alternatifs AC



La valeur et le sens du courant instantané changent

$i_1 \neq i_2 \neq i_3 \neq i_4$

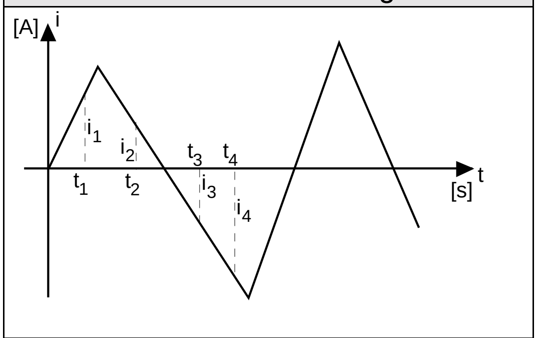
courant pulsé :



Seule la valeur du courant instantané change.
Son sens est toujours le même.

$i_1 \neq i_2 \neq i_3 \neq i_4$

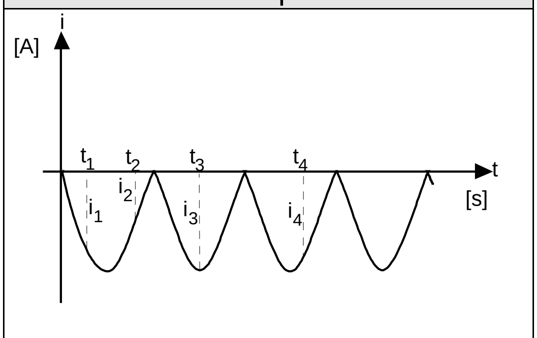
courant alternatif triangulaire:



La valeur et le sens du courant instantané changent.

$i_1 \neq i_2 \neq i_3 \neq i_4$

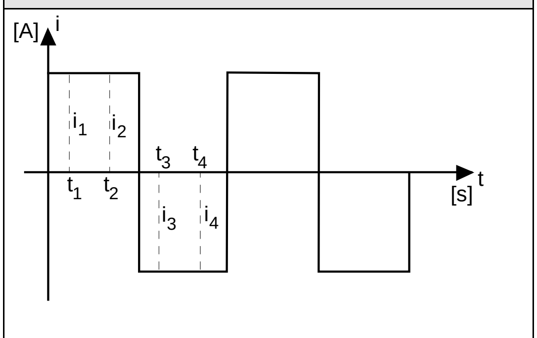
courant pulsé :



Seule la valeur instantanée du courant change.
Son sens est toujours le même.

$i_1 \neq i_2 \neq i_3 \neq i_4$

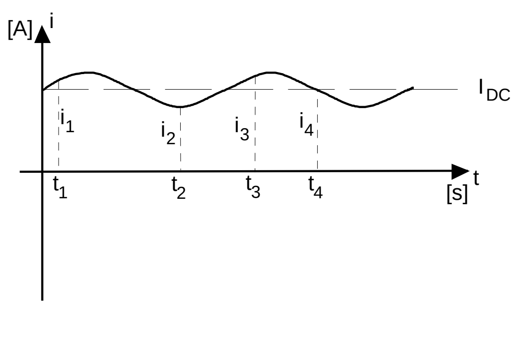
courant alternatif carré :



Seul le sens du courant instantané change mais pas sa valeur.

$i_1 = i_2$ et $i_3 = i_4$ **mais** $\boldsymbol{i_2 \neq i_4}$

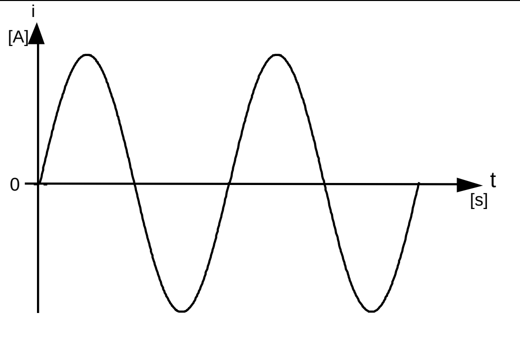
courant ondulé :



La valeur instantanée du courant change, mais n'atteint plus la valeur 0.

I_{DC} en traitillé correspond à la valeur moyenne des i

courant alternatif sinusoïdal :



La valeur instantanée du courant change périodiquement de sens et de valeur

13.2 Définitions :

Forme d'onde :

Représentation graphique d'une grandeur, telle que i ou u, en fonction d'une certaine variable comme le temps.

Exemples de formes d'ondes : *ondulée , carrée , sinusoïdale , rectangulaire*

Valeur instantanée :

Valeur d'une forme d'onde à un instant donné. Elle se note par une lettre minuscule.

Exemples de notation : i , u , s

Amplitude de crête :

Valeur maximum positive ou négative que prend une forme d'onde. Elle se note avec un circonflexe sur le symbole de grandeur.

Exemples de notation : Î . Û

Amplitude peak to peak , crête à creux :

Valeur maximum d'une forme d'onde mesurée de sa valeur maximum positive à sa valeur maximum négative. Elle peut se noter de plusieurs manières.

Exemples de notation :: U_{pp} , I_{pp} , U_{cc} , I_{cc} , $\overset{\triangle}{U}$, $\overset{\triangle}{I}$

Forme d'onde périodique :

Forme d'onde qui se reproduit à intervalles réguliers dans le temps.

Période :

Intervalle de temps pendant lequel une forme d'onde périodique se reproduit. La période se mesure entre deux points identiques de la forme d'onde, soit sur le flanc montant, soit sur le flanc descendant. Son symbole de grandeur est T et son unité s'exprime en [s].

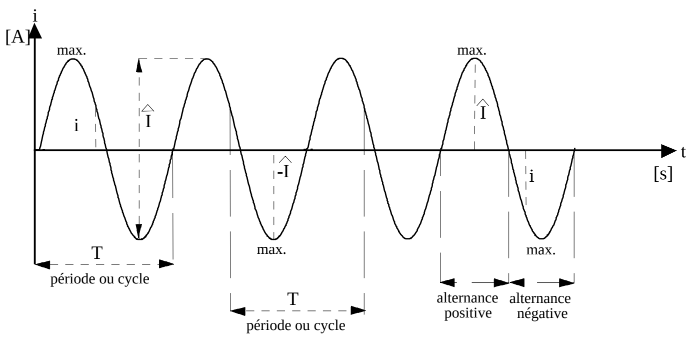
Alternance :

Durée d'une demi-période. L'alternance est soit positive, soit négative.

Fréquence :

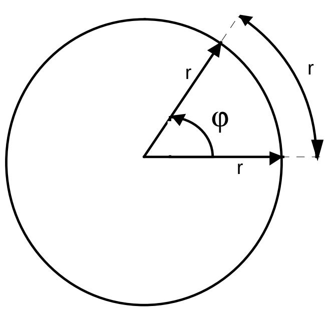
Nombre de périodes par seconde. Elle se note f et s'exprime en hertz [Hz]. $f = \frac{1}{T}$

Exemples :



13.3 Radian :

Définition : Un radian équivaut à l'angle qui, ayant son sommet au centre d'un cercle, intercepte sur la circonférence de ce cercle un arc d'une longueur égale à celle du rayon du cercle.



Le cercle trigonométrique est sans unité et son rayon vaut 1 .

L'angle dessiné représente 1 radian.

Circonférence $c = 2 \cdot \pi \cdot r$

$c = \pi \cdot d$

Dans le cercle trigonométrique le rayon vaut 1 :

$r = 1$ donc $c = 2 \cdot \pi$

donc : $360° = 2 \cdot \pi$ [rad]

π [rad] $= 180°$

Pour déterminer la correspondance d'un radian en degrés, il faut effectuer le développement suivant :

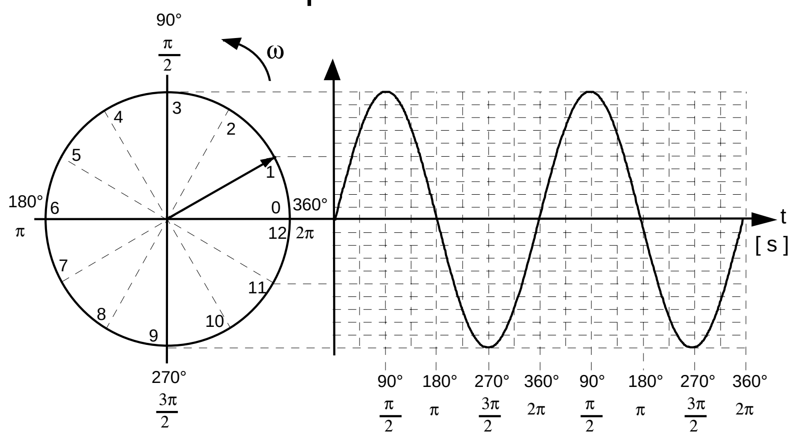
$$360 = 2\pi \qquad 1 \text{ radian} = \frac{360}{2\pi} = \frac{180}{\pi} \qquad 1\,[\text{rad}] = 57.2\,[°]$$

Pour les conversions, nous utiliserons :

conversion de degrés en radians $\quad x\,[\text{rad}] = \dfrac{\pi}{180} \cdot n\,[°]$ $\quad$ x représente la valeur recherchée

conversion de radians en degrés $\quad x\,[°] = \dfrac{180}{\pi} \cdot n\,[\text{rad}]$ $\quad$ n représente le nombre connu

13.4 Représentation temporelle de la rotation du rayon vecteur:



<u>Remarque :</u> l'axe horizontal représente l'angle du vecteur tournant, à un moment donné, défini soit en degré, soit en radian.

13.5 Vitesse angulaire ou pulsation ω (oméga)

La vitesse angulaire, appelée également pulsation, définit le nombre de radians effectués par seconde par le rayon vecteur tournant à l'intérieur du cercle.

formule générale de la vitesse : $v = \dfrac{s}{t}$ $\quad$ v vitesse $\quad$ s distance $\quad$ t temps

Dans l'application au cercle trigonométrique :

la distance s est remplacée par la circonférence du cercle $2\pi r$
et comme le rayon vaut 1, $c = 2\pi$

le temps t est remplacé par la période T

la vitesse v est remplacée par la vitesse angulaire ω

Nous arrivons au développement suivant :

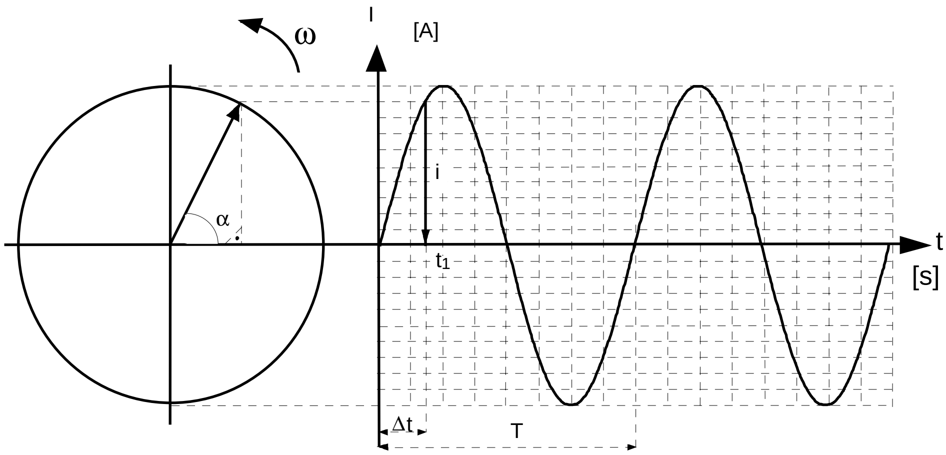
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{et comme } T = \frac{1}{f} \quad \text{nous obtenons} \quad \omega = \frac{2\pi}{\frac{1}{f}}$$

$$\text{ce qui donne : } \omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$\omega \quad \left| \frac{rad}{s} \right| \text{ ou } \left[\frac{1}{s} \right]$$

$$\text{pulsation } \omega \left[\frac{1}{s} \right] \qquad \text{vitesse angulaire } \omega \left[\frac{rad}{s} \right]$$

13.6 Valeur instantanée :



i = sin de l'angle

en appliquant les relations de trigonométrie nous pouvons dire :

$$\sin\alpha = \frac{i}{\hat{I}} \qquad i = \hat{I} \cdot \sin\alpha \qquad \textit{formule 1}$$

Le vecteur tourne à la vitesse constante ω. Le temps nécessaire pour parcourir $2\ \pi$ [rad] est une période T. Il est donc possible de poser un rapport permettant de calculer l'angle parcouru durant une différence de temps Δt séparant l'origine 0 du temps t_1.

$$\frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{\alpha}{t} \qquad \alpha = \frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T} \qquad [rad] = \left| \frac{rad \cdot s}{s} \right|$$

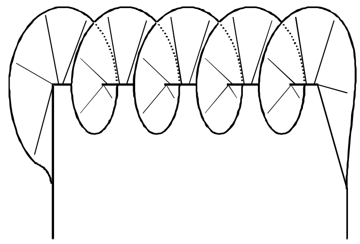
Nous savons que $\frac{2 \cdot \pi}{T} = \omega$

donc : $\alpha = \omega \cdot t$ *formule 2*

Plaçons la formule 2 dans la formule 1 :

$i = \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t + k \cdot 2\pi)$ [A] *valable pour les composantes courants*

$u = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t + k \cdot 2\pi)$ [V] *valable pour les composantes tensions*



Remarques : Le rayon vecteur peut tourner plusieurs fois autour de son axe avec le facteur $2k\pi$. Nous savons que 2π = 360 ° , ce qui implique que $2k\pi = k \cdot 360$ °

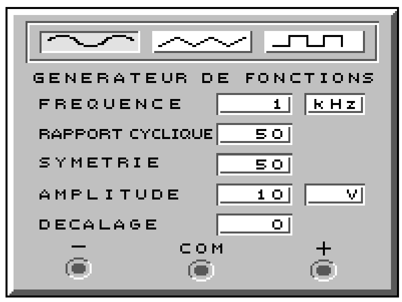
Le facteur k représente le nombre (entier) de tours effectué par le rayon vecteur dans le cercle.

Exemple :

$\alpha = \pi + 2k\pi$	180° + (1 · 360) = 540°	avec k = 1
$\alpha = \pi + 2k\pi$	180° + (2 · 360) = 900°	avec k = 2

13.7 Production d'une tension alternative sinusoïdale

Il existe plusieurs manières de produire des signaux de forme sinusoïdale, suivant l'application à laquelle ils sont destinés.



Dans les appareils électroniques, les signaux sinusoïdaux sont produits par des circuits oscillants électroniques, ou par des générateurs de fonctions. Les circuits oscillants feront l'objet d'une étude ultérieure.

La puissance fournie par ce genre de générateur est très faible et ne convient pas pour alimenter une installation. Si nous désirons utiliser l'énergie fournie pour allumer une lampe ou faire tourner un moteur, il faut utiliser un autre genre de générateur. Pour cela, il est fait appel aux lois du magnétisme.

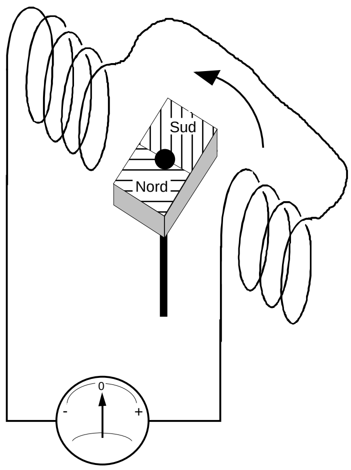
En effet, lorsqu'une inductance est soumise à un champ magnétique extérieur variable, elle produit une tension induite U_i à ses bornes. La valeur de cette tension U_i dépend des caractéristiques de l'inductance (nombre de spires, perméabilité du noyau) et de celles du champ magnétique.

Rappel : $U_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ $U_i = -B \cdot l \cdot v$

U_i [V] Φ [Wb] Φ [V · s] t [s] B [T] l [m] v $\left[\frac{m}{s}\right]$

13.8 Démonstration du fonctionnement :

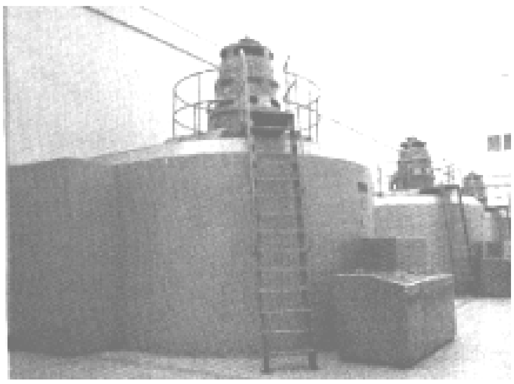
Deux bobines sont branchées en série et raccordées à un voltmètre.



Lorsque l'aimant placé au centre des bobines se met à tourner, une tension induite U_i apparaît aux bornes des bobines.

Cette tension est alternative car les deux bobines sont alternativement soumises au champ magnétique du pôle Nord et du pôle sud de l'aimant. Les variations des lignes de forces de sens opposés produisent des tensions induites de sens opposés.

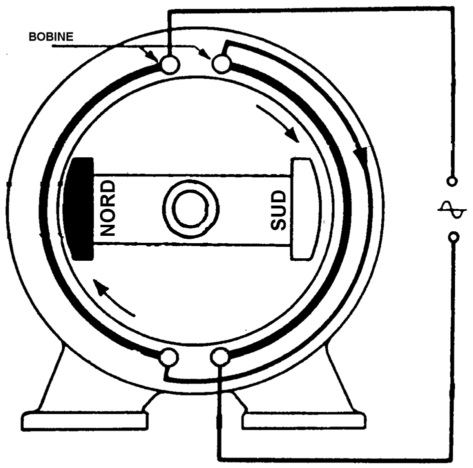
Avec ce genre de montage, nous produisons une tension alternative sinusoïdale. Les centrales de production d'énergie électrique sont équipées de génératrices qui fonctionnent selon le même principe, mais les générateurs sont de taille plus importante et ils sont appelés ALTERNATEURS.



Ces sont les alternateurs qui produisent la tension présente aux prises électriques.

Dans les centrales électriques, les alternateurs sont reliés mécaniquement à des turbines. Dans le cas de centrales hydrauliques, les turbines sont entraînées par l'eau accumulée par des barrages dans des lacs artificiels, ou par l'eau des rivières. Dans les centrales thermiques, les turbines sont entraînées par la vapeur.

13.9 Principe de fonctionnement d'un alternateur :



Un aimant permanent appelé ROTOR tourne au centre d'une carcasse.

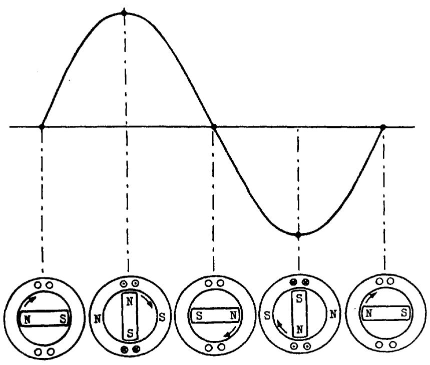
Dans cette carcasse est logée une bobine appelée STATOR

Par le passage de l'aimant près de la bobine, une tension de forme sinusoïdale est produite.

Dans les centrales, l'aimant est remplacé par un électroaimant pour obtenir une puissance supérieure.

<u>Fonctionnement électrique :</u>

Cette représentation montre la forme de tension présente aux bornes de la bobine en fonction de la position du rotor.



13.10 Valeur efficace :

Cette valeur de courant ou de tension est définie par comparaison avec le courant ou la tension continue.

<u>Définition :</u> La valeur efficace caractérise un courant non continu qui produit le même travail qu'un courant continu, dans la même charge et durant le même intervalle de temps. La valeur efficace de ce courant sera alors la même que celle du courant continu.

La valeur efficace de la tension correspond à la même définition.

<u>Exemple :</u> Un récipient contient 5 litres d'eau. Nous désirons en augmenter la température de 20 [°C] au moyen d'une résistance

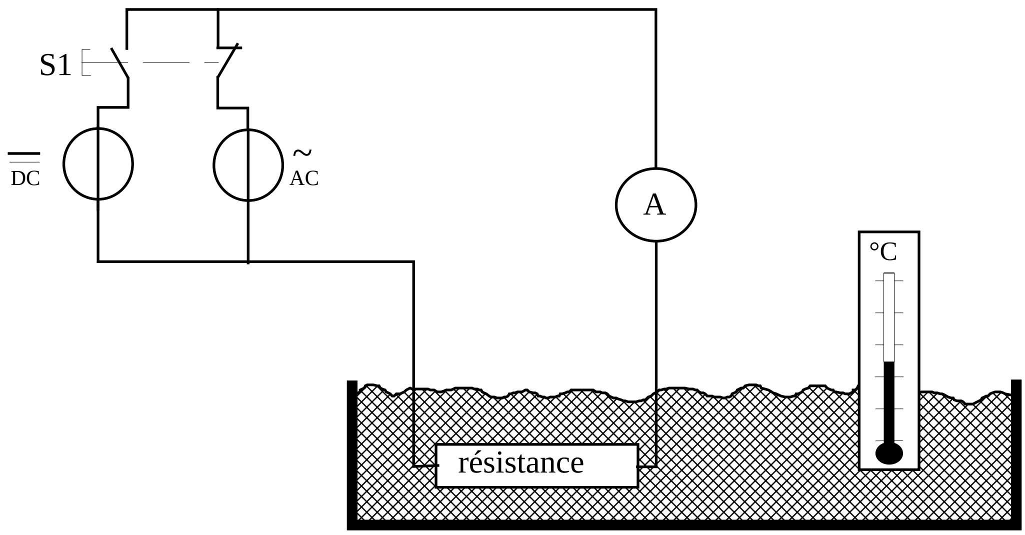
Lorsqu'elle est parcourue par un courant électrique, la résistance chauffe et transmet son énergie au liquide.

Pour notre exemple nous allons faire deux fois l'expérience.

1. La résistance alimentée par une tension continue DC
2. La résistance alimentée par une tension alternative AC

Pour tirer une conclusion et étudier le résultat, nous mesurons le courant dans la résistance, pour les deux cas.

Expérience :



Relations :

Pour faire les calculs, nous utiliserons la formule générale de la puissance.

$$P = U \cdot I$$

Dans notre montage, nous connaissons I et R. Le développement de la formule de la puissance donne la relation suivante :

$$P = U \cdot I \qquad U = R \cdot I \qquad P = R \cdot I \cdot I \qquad P = R \cdot I^2$$

$$[W] = [V] \cdot [A] \qquad [V] = [\Omega] \cdot [A] \qquad [W] = [\Omega] \cdot [A] \cdot [A]$$

Pour calculer l'énergie W, il faut tenir compte de la puissance dissipée en fonction du temps t .

$$W = P \cdot t \ [J] \quad \text{et} \quad P = R \cdot I^2 \ [W] \qquad W = R \cdot I^2 \cdot t \ [J]$$

$$[J] = [W] \cdot [s] \qquad [W] = [\Omega] \cdot [A]^2 \qquad [J] = [\Omega] \cdot [A]^2 \cdot [s]$$

Dans nos deux expériences, nous mesurons la puissance instantanée dissipée dans la résistance.

Tableaux de mesure :

Circuit en courant continu				
temps [ms]	résistance [Ω]	i instantané [A]	i^2 [A]	puissance [W]
0.00	10.00	5.00	25.00	250.00
2.00	10.00	5.00	25.00	250.00
4.00	10.00	5.00	25.00	250.00
6.00	10.00	5.00	25.00	250.00
8.00	10.00	5.00	25.00	250.00
10.00	10.00	5.00	25.00	250.00
12.00	10.00	5.00	25.00	250.00
14.00	10.00	5.00	25.00	250.00
16.00	10.00	5.00	25.00	250.00
18.00	10.00	5.00	25.00	250.00
20.00	10.00	0.00	0.00	0.00

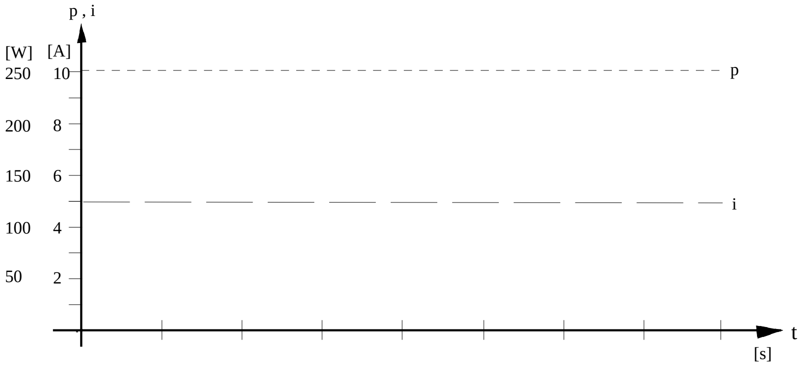
Circuit en courant alternatif					
temps [ms]	résistance [Ω]	I crête [A]	i instantané [A]	i^2 $[A]^2$	puissance [W]
0.00	10.00	7.07	7.07	50.00	500.00
2.00	10.00	7.07	5.72	32.73	327.25
4.00	10.00	7.07	2.19	4.77	47.75
6.00	10.00	7.07	-2.19	4.77	47.75
8.00	10.00	7.07	-5.72	32.73	327.25
10.00	10.00	7.07	-7.07	50.00	500.00
12.00	10.00	7.07	-5.72	32.73	327.25
14.00	10.00	7.07	-2.19	4.77	47.75
16.00	10.00	7.07	2.19	4.77	47.75
18.00	10.00	7.07	5.72	32.73	327.25
20.00	10.00	7.07	7.07	50.00	500.00

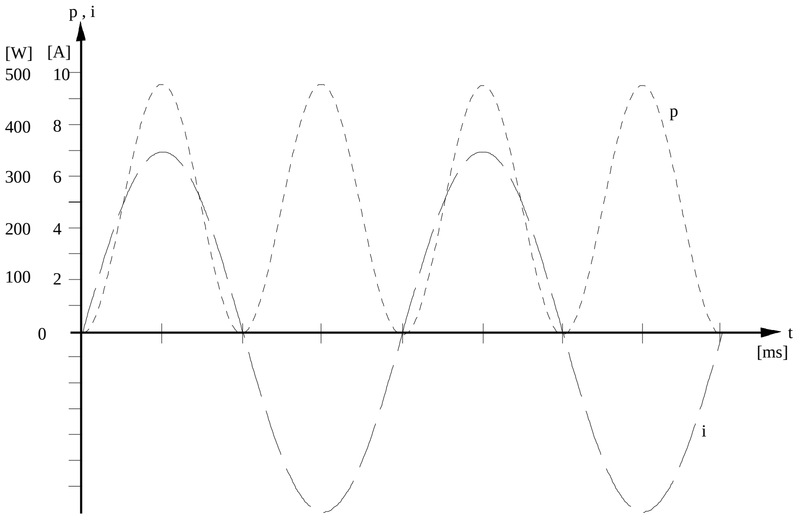
Constatations :

Dans le montage en DC, la puissance dissipée est la même à chaque instant, le courant instantané ne change pas.

Dans le montage en AC, la puissance dissipée n'est pas constante et sa valeur maximum vaut le double que pour le montage en DC. Le courant instantané varie.

Traçons les courbes de nos deux mesures :

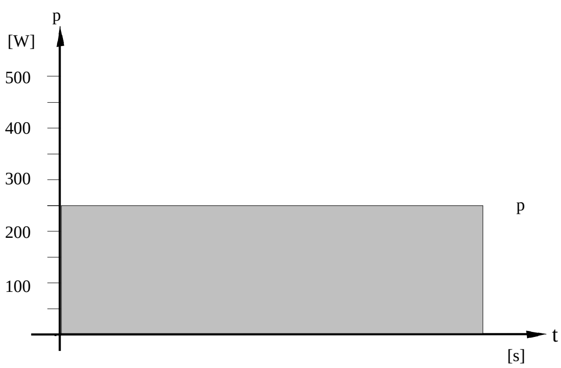


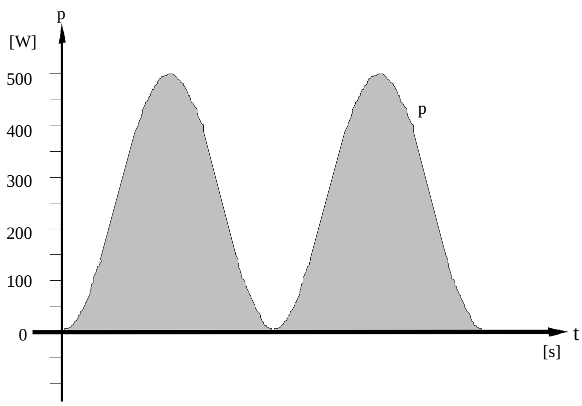


La puissance instantanée p est le produit de $R \cdot i^2$.

<u>Remarque :</u> Puisque le courant est élevé au carré, la puissance est toujours positive, même lorsque le courant instantané est négatif.

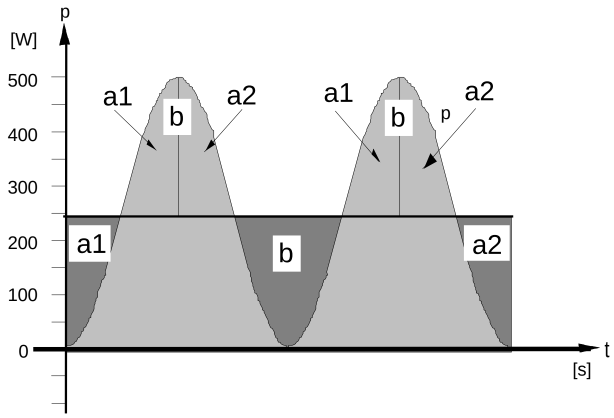
Dans le circuit continu, la puissance est constante, alors que pour le circuit alternatif, la puissance varie, elle n'est pas constante. Leurs valeurs ne sont par identiques.





L'aire représente le produit de la puissance P par le temps t ce qui correspond au travail W.

Pour comparer le travail en continu au travail en alternatif, nous allons découper l'aire du travail alternatif de la manière suivante :



Constatation importante : L'aire résultante est la même en AC et en DC.

La surface b est deux fois plus grande que la surface a. La surface plus foncée représente le travail. Nous constatons que les parties de puissances instantanées qui dépassent du rectangle plus foncé sont égales à l'addition des trois surfaces (a_1 + b + a_2).

Si nous ne tenons compte que des surfaces de nos diagrammes, la surface totale manquante correspond à (a_1 + b + a_2) , elle est comblée par les deux surfaces (b) .

Nous pouvons en déduire :

$$P = R \cdot I_{eff}{}^2 \qquad P = R \cdot \frac{\hat{I}^2}{2}$$

Simplifions notre égalité en éliminant la valeur de R puisqu'elle est commune :

$$R \cdot I_{eff}{}^2 = R \cdot \frac{\hat{I}^2}{2} \qquad I_{eff}{}^2 = \frac{\hat{I}^2}{2}$$

$$\sqrt{I_{eff}{}^2} = \sqrt{\frac{\hat{I}^2}{2}} \qquad \sqrt{I_{eff}{}^2} = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} \qquad I_{eff} = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$$

Après notre transformation, nous obtenons les relations suivantes :

$$\boxed{I_{eff} = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} \qquad et \qquad \hat{I} = I_{eff} \cdot \sqrt{2}}$$

Les relations pour la tension sont identiques à celles du courant :

$$\boxed{U_{eff} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} \qquad et \qquad \hat{U} = U_{eff} \cdot \sqrt{2}}$$

Exemple :

A quel angle en degrés correspond le rapport entre la valeur de crête et la valeur efficace d'un courant ?

Relations :

$$I_{eff} = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} \qquad \hat{I} = I_{eff} \cdot \sqrt{2} \qquad i = \hat{I} \cdot \sin(\omega t)$$

Nous cherchons à déterminer quel est l'angle α à l'instant t où le courant instantané i a la même valeur que le courant efficace I .

Nous pouvons dire qu'à cet instant , i = I et $I = \hat{I} \cdot sin(\omega t)$

$$I_{eff} = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} \qquad \sqrt{2} = \frac{\hat{I}}{I_{eff}}$$

remplaçons I_{eff} par

$$I_{eff} = \hat{I} \cdot sin(\omega t) \qquad \sqrt{2} = \frac{\hat{I}}{\hat{I} \cdot sin(\omega t)}$$

Î est éliminé par simplification :

$$\sqrt{2} = \frac{1}{sin(\omega t)}$$

L'angle α que nous recherchons est donné par le sin(ωt)

$$sin(\omega t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \alpha = sin^{-1}\left|\frac{1}{\sqrt{2}}\right| = 45\ [°]$$

Remarques : Pour connaître l'angle, il faut appliquer une des fonctions suivantes :

arcsin , invsin , $\sin^{-1}$

Le nom de la fonction dépend du modèle de machine à calculer. Si la machine est en degrés, l'angle affiché sera en degrés, si la machine est en radians, l'angle affiché sera en radians.

L'angle α correspondant à la valeur efficace d'une tension ou d'un courant est de :

$$\frac{\pi}{4}\ [rad] \qquad 45\ [°] \quad \text{ou} \quad 2k\pi + \frac{\pi}{4}\ [rad] \qquad 2k180 + 45\ [°]$$

L'indice $_{eff}$ n'est pas utile, en effet, lorsque nous rencontrons une valeur alternative marquée U ou I , sans autres précisions, il s'agira **toujours** d'une valeur efficace.

Remarque : Dans les documents techniques, nous trouvons souvent l'indication RMS mentionnée à côté de certaines valeurs. Cette abréviation se rapporte à la valeur efficace de la tension, du courant ou de la puissance.

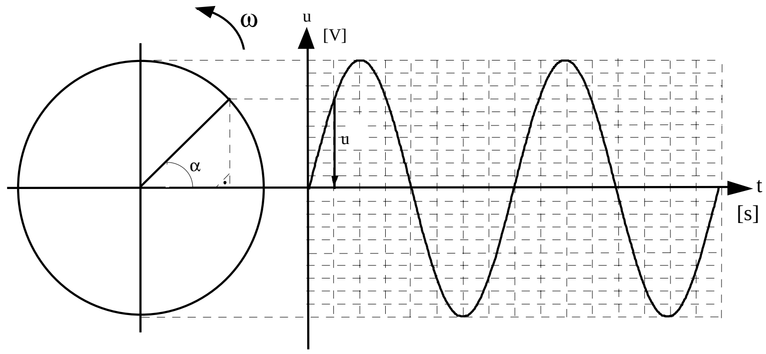
RMS signifie Root (racine) Mean (moyenne) Square (carrée)

Il est fait référence à la valeur efficace, déterminée par la racine carrée de la moyenne des valeurs instantanées (moyenne géométrique).

Exemple :

Si nous reprenons la représentation avec le cercle trigonométrique, nous constatons que la tension efficace correspond à la valeur instantanée de la tension à un angle de 45 °.

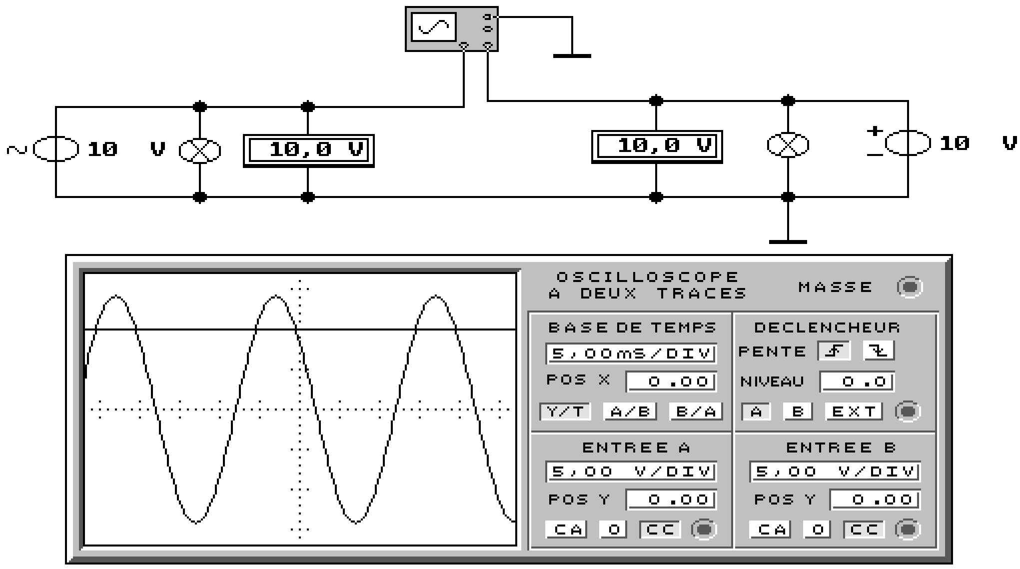
$$\sin\alpha = \frac{opp}{hyp} \qquad \sin\alpha = \frac{u}{\hat{U}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{1} = \frac{0.707}{1} = 0.707 \qquad \alpha = 45^\circ$$



13.11 Expérience sur la valeur efficace et la fréquence :

Une expérience simple à réaliser nous permet de visualiser la différence entre les valeurs de crête et efficace d'un courant alternatif.

Schéma :



Deux lampes de caractéristiques identiques sont raccordées sur deux alimentations.

Le générateur de gauche fournit une tension alternative sinusoïdale AC de 10 [V] et d'une fréquence de 50 [Hz] .

Le générateur de droite fournit une tension continue DC d'une valeur de 10 [V] .

Les deux générateurs fournissent des tensions de même valeur, comme nous l'indiquent les deux voltmètres.

Première expérience : Valeur de crête d'une tension alternative AC.

Si nous observons les deux lampes, nous ne constatons aucune différences de luminosité. Il s'agit d'une confirmation de la théorie étudiée précédemment.

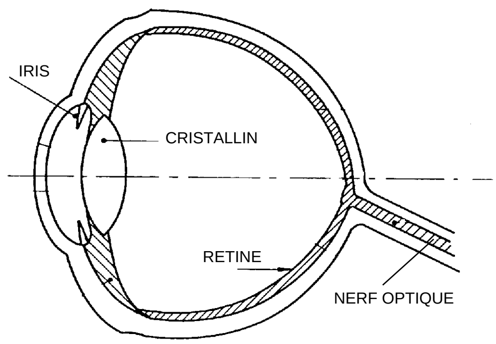
Un oscilloscope est également branché sur les deux lampes. Il nous montre la forme des deux tensions. Nous constatons clairement que la valeur de la tension alternative AC est périodiquement plus élevée que la valeur de la tension continue DC. La trace B (tension DC) coupe la trace A (tension AC) à la valeur efficace de la tension alternative. La valeur maximum située au-dessus de la trace B représente la valeur de crête de la tension alternative.

Nous constatons ici que pour obtenir une luminosité identique sur les deux lampes, la valeur de crête de la tension AC doit être supérieure à la valeur DC. Pour mieux observer le passage par la valeur de crête, il suffit de diminuer la fréquence du générateur AC. Par exemple. Pour une fréquence de 1 [Hz] il est possible d'observer la lampe s'allumer et s'éteindre. Lorsque la tension atteint sa valeur de crête, la lampe AC émet plus de lumière que la lampe DC.

Seconde expérience : Papillotement d'une lampe alimentée en AC

Pour voir les objets, nous utilisons naturellement nos yeux. Nous possédons deux yeux. Ils nous permettent de distinguer le relief et de reconstituer une image en trois dimensions. Par analogie, nos oreilles nous permettent de distinguer la provenance des sons. Pour la vue comme pour l'ouïe, notre cerveau reçoit deux signaux différents provenant de l'œil gauche et de l'œil droit, soit de l'oreille gauche et l'oreille droite. Ces informations différentes permettent à notre cerveau de reconstituer le relief d'un objet pour la vue, ou la provenance d'un son pour l'ouïe. Notre œil est très complexe. Pour simplifier notre explication nous ne parlerons que de trois parties importantes :

L'iris Elle joue le rôle de l'obturateur de l'appareil de photo. Elle se ferme si la lumière est violente, ou elle s'ouvre si la lumière est faible.



Le cristallin Il joue le rôle de la lentille de focalisation. Il règle la netteté de l'image sur la rétine. Par effet optique, il inverse l'image dirigée sur la rétine.

La rétine Elle reçoit l'image et la convertit en signaux électriques qui seront dirigés par le nerf optique vers les centres de la vue, à l'arrière du cerveau. La rétine est composée de deux éléments différents, sensibles soit à la luminosité de l'objet, soit à la couleur de l'objet. Œil humain est 120 fois moins sensible aux couleurs qu'à la luminosité des objets.

Lorsque nous observons un objet, son image reste "fixée" un instant sur la rétine. Si l'objet est trop lumineux, l'image persiste plusieurs secondes. Il s'agit de la **persistance rétinienne**. Cette dernière permet de lier les images entre elles; elle est à la base des normes de télévision et de cinéma. Lorsque nous regardons un film au cinéma ou à la télévision, nous ne percevons pas le passage d'une image à l'autre. L'image reste "fixée" un instant sur la rétine.

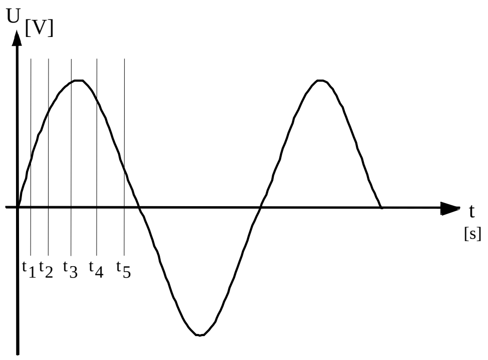
Retour à notre expérience :

Pour constater l'effet de la persistance rétinienne, nous allons faire varier la fréquence du générateur alternatif. Lorsque la fréquence est très basse (quelques Hertz) nous voyons très facilement la lampe s'allumer et s'éteindre. En augmentant la fréquence, la lampe se met à clignoter puis à papilloter. A partir d'une certaine fréquence, nous ne pouvons plus voir la lampe s'allumer et s'éteindre. En effet, notre rétine "lie" les allumages successifs de la lampe.

A partir d'une certaine fréquence, ce n'est plus la rétine que fait effet de lien, mais le filament de la lampe. Il n'a tout simplement plus le temps de refroidir, et donc de s'éteindre ! Le réseau électrique fournit une fréquence de 50 [Hz]. Avec cette fréquence, nous ne percevons pas le papillotement.

13.12 Valeur moyenne :

Il s'agit de la moyenne arithmétique des tensions ou des courants instantanés pris sur une seule alternance.

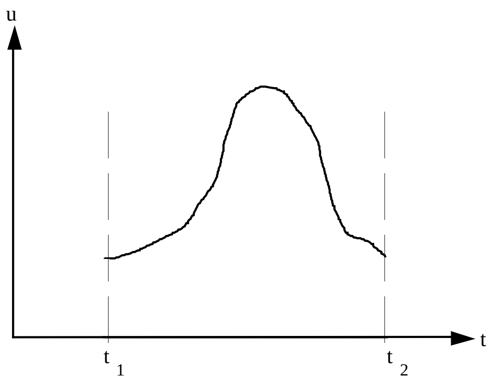


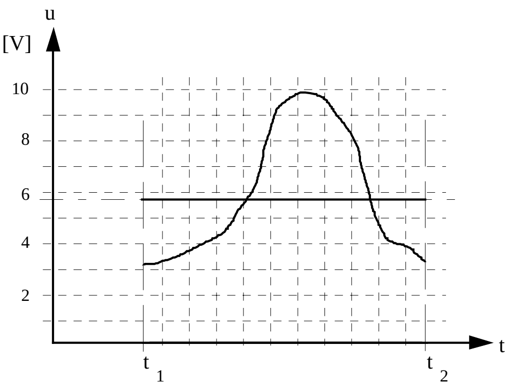
$$U_{moy} = \frac{u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5}{n}$$

Par développement, nous arrivons à la relation suivante :

$$U_{moy} = \frac{2}{\pi} \cdot \hat{U} \quad = \quad 0.636 \cdot \hat{U}$$

Pour expliquer la notion de tension moyenne U_m, prenons le signal suivant :





Reprenons la formule énoncée plus haut : $U_{moy} = \frac{u_1 + u_2 + \ldots\ldots + u_n}{n}$

Valeurs mesurées :

u_1 = 2.2 [V] u_2 = 2.8 [V] u_3 = 3.2 [V] u_4 = 5.5 [V] u_5 = 8.2 [V]

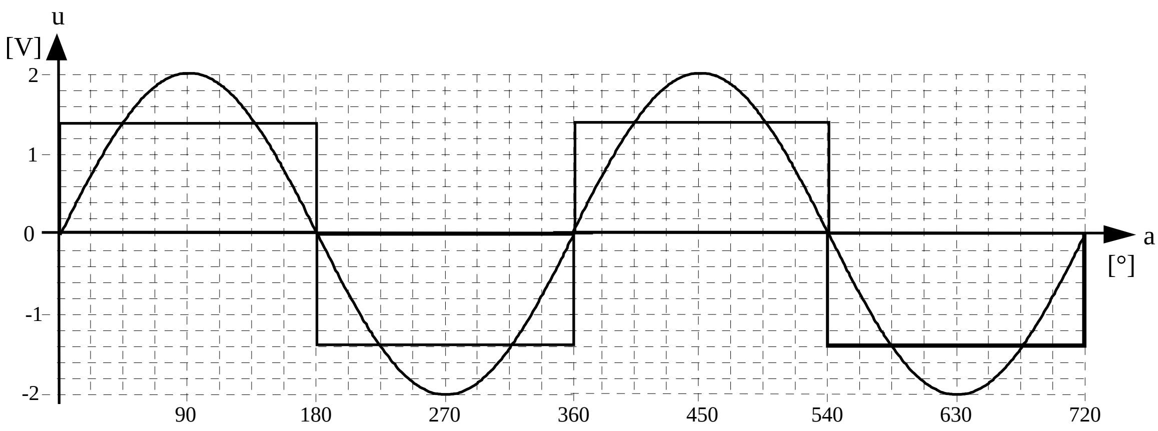
u_6 = 9.8 [V] u_7 = 9.7 [V] u_8 = 8.2 [V] u_9 = 4.7 [V] u_{10} = 3.9 [V]

Application numérique :

$$U_{moy} = \frac{2.2 + 2.8 + 3.2 + 5.5 + 8.2 + 9.8 + 9.7 + 8.2 + 4.7 + 3.9}{10} = 5.82 \; [V]$$

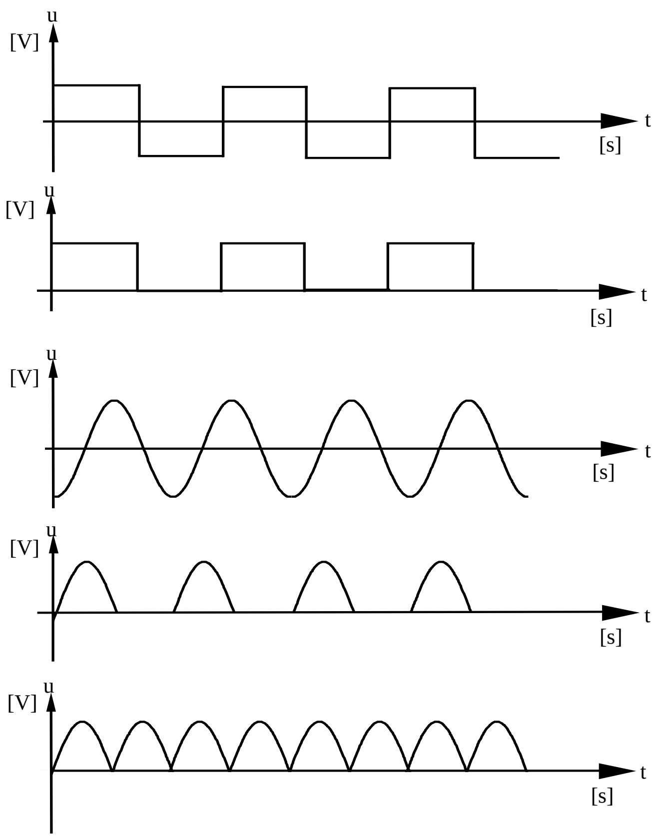
13.13 Tension moyenne d'une période:

En appliquant les principes étudiés précédemment, il est possible de calculer la tension moyenne d'une période T d'un signal sinusoïdal.



Nous ne ferons pas le développement complet, mais comme la valeur moyenne de l'alternance positive est égale à la valeur moyenne absolue de l'alternance négative, nous en déduirons que la tension moyenne d'une période d'un signal alternatif sinusoïdal est nulle.

<u>Tableau récapitulatif :</u>



signal	U_m	U_{eff}
carré symétrique	0	U_{max}
carré positif	$\frac{U_{max}}{2}$	$\frac{U_{max}}{2}$
alternatif sinusoïdal	0	$\frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$
pulsé redressement simple alternance	$\frac{U_{max}}{p}$	$\frac{U_{max}}{2}$
pulsé redressement double alternance	$\frac{2 \times U_{max}}{p}$	$\frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$

13.15 Facteur de forme :

Dans certains types d'appareils de mesure, il est nécessaire de connaître le rapport entre la tension efficace U et la tension moyenne U_m

Certains multimètres avec les symboles AC / DC mesurent un signal alternatif en le redressant au moyen de diodes montées en pont de Greatz.

Ces instruments universels mesurent la valeur moyenne du signal redressé et ils indiquent 1.111 fois cette valeur.

Cette valeur de 1.111 se nomme facteur de forme et peut être calculée de la manière suivante :

$$facteur\ de\ forme\ = \frac{U}{U_m}$$

Pour déterminer la valeur du facteur de forme, nous utilisons les relations suivantes :

$$U_m = \frac{2\hat{U}}{\pi}) \qquad \hat{U} = U \cdot \sqrt{2}$$

En remplaçant Û par sa valeur, nous obtenons :

$$U_m = \frac{U \cdot \sqrt{2} \cdot 2}{\pi}$$

Nous cherchons à isoler la valeur du facteur de forme soit : $\frac{U}{U_m}$

Pour isoler le facteur de forme, il faut :

- diviser de chaque côté de l'égalité par U_m
- diviser de chaque côté par $\sqrt{2} \cdot 2$
- multiplier de chaque côté par π

$$U_m = \frac{U \cdot \sqrt{2} \cdot 2}{\pi} \qquad \frac{U_m \cdot \pi}{U_m \cdot \sqrt{2} \cdot 2} = \frac{U \cdot \sqrt{2} \cdot 2 \cdot \pi}{U_m \cdot \pi \cdot \sqrt{2} \cdot 2} \qquad \frac{\pi}{\sqrt{2} \cdot 2} = \frac{U}{U_m}$$

Nous obtenons ainsi la relation suivante :

$$facteur\ de\ forme\ = \frac{U}{U_m} = \frac{\pi}{\sqrt{2} \cdot 2} = 1.111$$

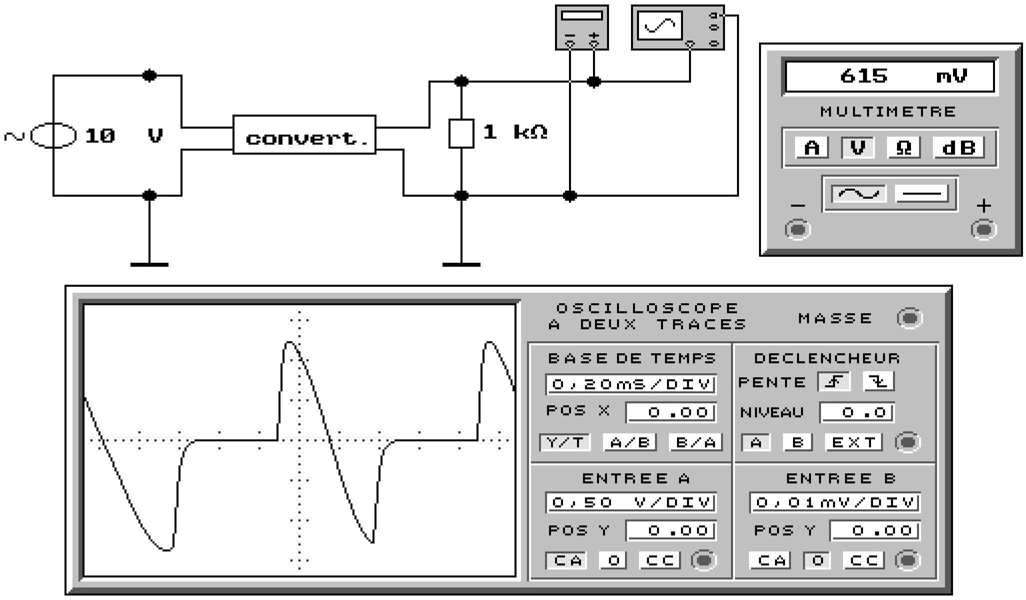
Ce facteur n'est applicable qu'en présence d'un signal sinusoïdal parfait et symétrique.

Dans la vie pratique, il est très souvent fait appel à des convertisseurs de fréquences pour commander des appareils. Ces convertisseurs ont pour effet de créer une nouvelle forme du signal alternatif.

Les signaux présents à la sortie de ces convertisseurs ne sont plus des sinusoïdes parfaites et le facteur de forme tel que nous venons de l'étudier n'est plus valable.

Lors de la mesure sur des appareils commandés par des convertisseurs, Il faut être attentif car la valeur affichée par l'instrument de mesure ne sera pas forcément correcte.

En télévision, la tension de commande du transformateur de très haute tension, présente sur le collecteur du transistor de commande, ne peut pas être mesurée avec un voltmètre, car la présence d'impulsions non sinusoïdales de fortes amplitudes fausse le fonctionnement de l'instrument de mesure.

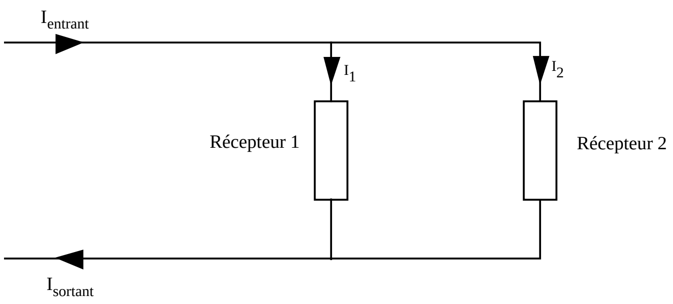


De même que pour les appareils commandés par des convertisseurs de fréquence, l'oscilloscope est le seul instrument capable d'effectuer une mesure correcte. L'oscilloscope nous montre la forme réelle du signal. Dans cet exemple, nous constatons que la tension indiquée par le voltmètre n'est pas identique à celle de l'oscilloscope.

13.16 Relation de phase entre signaux de même fréquence :

Dans un circuit alimenté en courant alternatif, il est possible que le courant et la tension ne soient pas en phase. On peut également trouver des circuits dans lesquels convergent plusieurs courants ou plusieurs tensions différentes et déphasées.

Dans ces cas, on parle de tensions ou de courants déphasés.



Le courant entrant I_e est égal au courant sortant I_s .

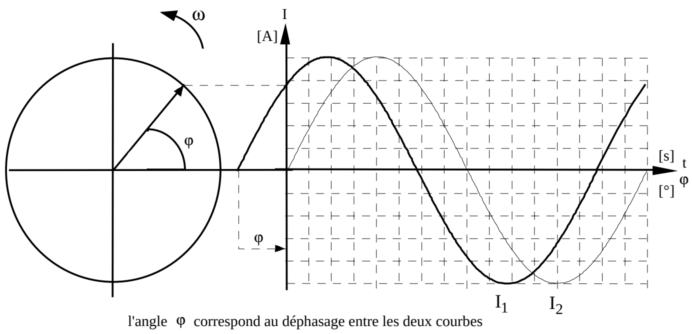
$$I_e = I_1 + I_2$$

Suivant les caractéristiques des deux récepteurs, les courants I_1 et I_2 peuvent ne pas être en phase.

$I_e = I_1 + I_2$ somme vectorielle

$I_e \neq I_1 + I_2$ somme mathématique

1. avance de phase

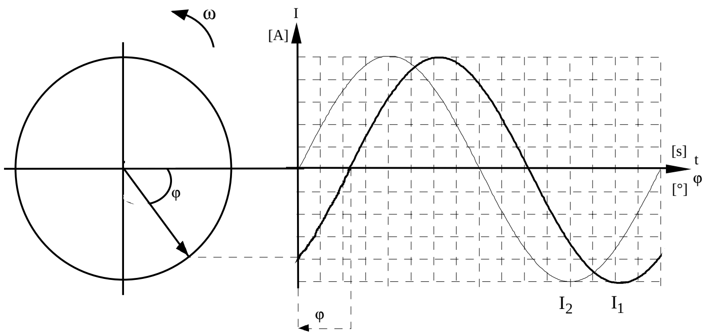


l'angle φ correspond au déphasage entre les deux courbes

$$i = \hat{I} \cdot sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

Dans ce cas, le courant I_1 (trait gras) est en avance de phase par rapport au courant I_2 (trait fin). L'angle φ détermine l'avance de phase et il est positif.

2. retard de phase



l'angle φ correspond au déphasage entre les deux courbes

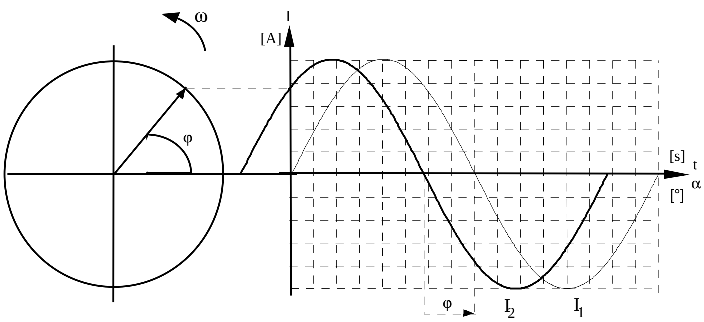
$$i = \hat{I} \cdot sin(\omega \cdot t + (-\varphi))$$

Dans ce cas, le courant I_1 (trait gras) est en retard de phase par rapport au courant I_2 (trait fin). L'angle φ détermine le retard de phase et il est négatif

13.17. Représentations vectorielles de signaux déphasés, de même fréquence

Les exemples que nous venons de voir utilisent des représentations temporelles pour mettre en évidence les déphasages. Il est également possible d'utiliser un diagramme vectoriel pour ces représentations.

Le diagramme vectoriel est plus simple à établir que la représentation temporelle, c'est pourquoi il est généralement utilisé.

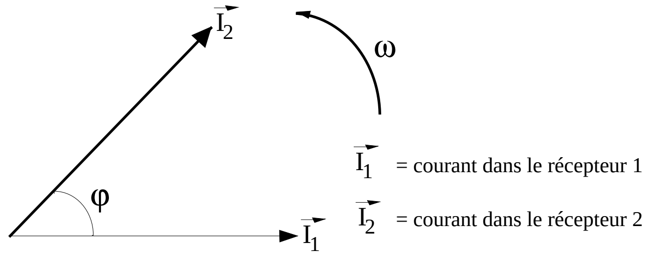


Pour tracer notre représentation vectorielle, nous devons choisir un instant donné. Dans notre premier exemple, le diagramme vectoriel est tracé à l'instant t_0 , soit au début de la représentation temporelle ci-dessus. L'instant pour lequel est tracé un diagramme vectoriel n'est pas important car le déphasage est constant dans le temps.

Pour différencier la valeur vectorielle, elle est notée surmontée par une flèche, c'est à dire I_1 . Par simplification, le premier vecteur I_1 est tracé à l'horizontale. Ensuite, nous dessinons le courant I_2 en fonction de son angle de déphasage.

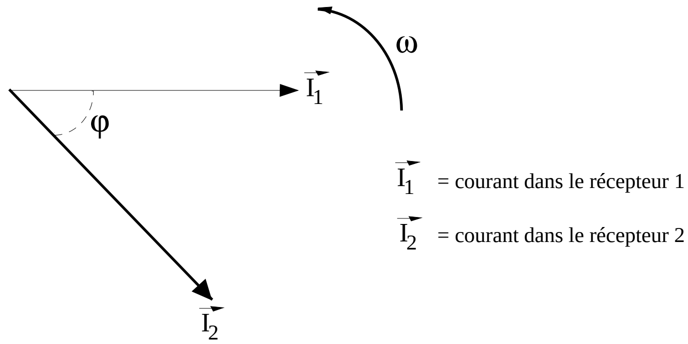
Le courant I_2 est en avance sur I_1

L’angle φ détermine le déphasage.



Le courant I_2 est en retard sur I_1

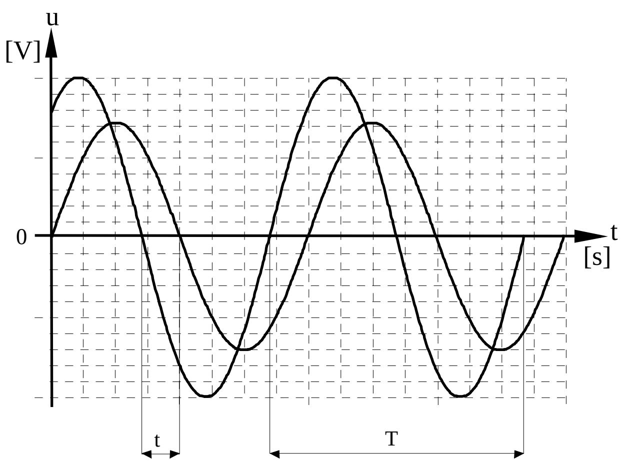
L’angle φ détermine le déphasage.



13.18 Calcul du déphasage :

Dans la plupart des cas, le déphasage est exprimé en degrés. Il existe plusieurs méthodes pour le calculer.

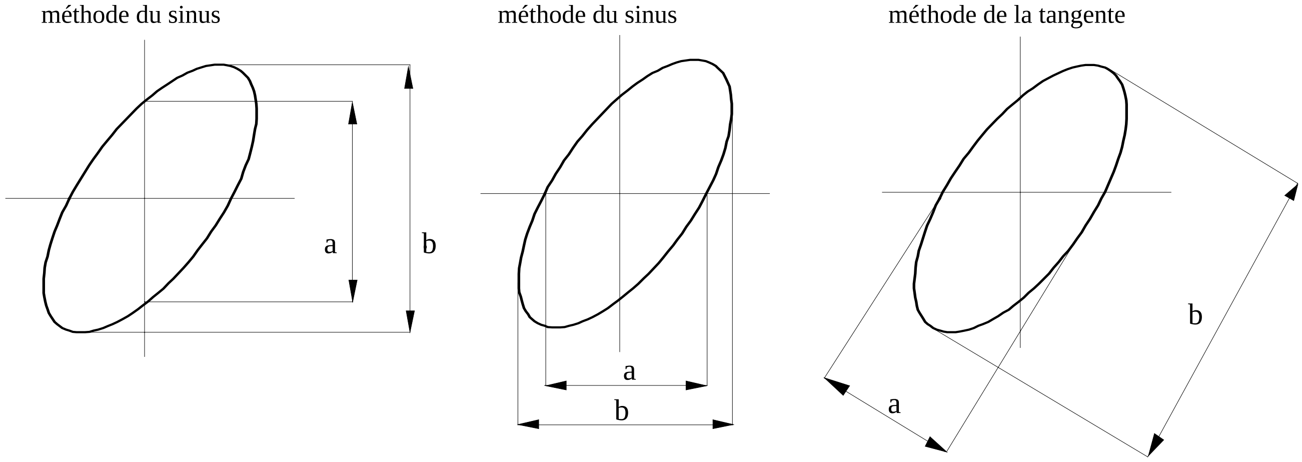
<u>méthode directe</u>



$$\varphi = \frac{360 \cdot t}{T} \qquad \varphi \quad [°]$$

$$\varphi = \frac{2\pi \cdot t}{T} \qquad \varphi \quad [rad]$$

méthode par Lissajous



$$\sin\alpha = \frac{a}{b} \qquad \sin\alpha = \frac{a}{b} \qquad \tan\left|\frac{\alpha}{2}\right| = \frac{a}{b}$$

Pour ces deux mesures, il est nécessaire d'utiliser l'oscilloscope avec une déviation XY pour obtenir la figure de Lissajous. Cette notion est abordée lors de l'étude de l'oscilloscope.

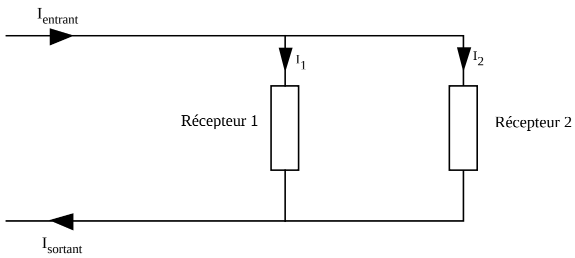
Pour connaître l'angle, il faut appliquer une des fonctions suivantes :

arcsin , invsin , $\sin^{-1}$

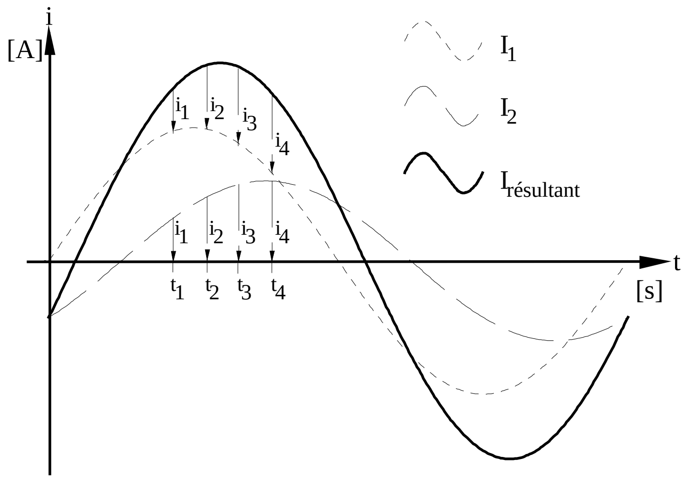
Le nom de la fonction dépend du modèle de machine à calculer. Si la machine est en degrés, l'angle affiché sera en degrés, si la machine est en radians, l'angle affiché sera en radians.

13.19 Addition de tensions ou de courants déphasés de même fréquence:

Reprenons le schéma précédent. Dans ce circuit, les courants I_1 et I_2 ne sont pas en phase. Si nous désirons déterminer la valeur du courant total, il est nécessaire de procéder à l'addition des deux courants. Pour procéder à cette addition, nous pouvons utiliser une représentation soit temporelle, soit vectorielle.



13.20 Représentation temporelle :

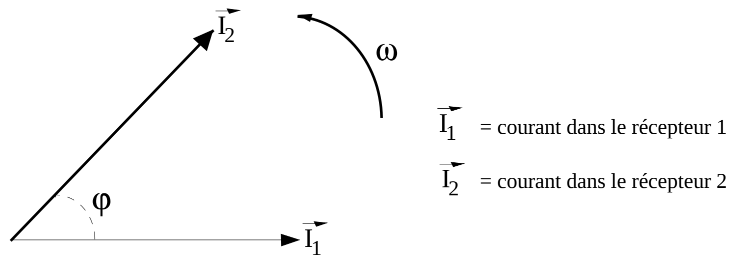


Il faut mesurer plusieurs valeurs instantanées des courants i_1 et i_2 et de les additionner. En reliant les points, nous obtenons une courbe représentant le courant résultant dans le circuit. Cette méthode a pour principal avantage de nous montrer la forme du courant résultant obtenu, ainsi que toutes les valeurs du courant instantané.

Dans la majorité des exercices, cette représentation n'est pas utile, car seules les valeurs efficaces et le déphasage nous intéressent. Nous utilisons alors une représentation vectorielle, plus simple et plus rapide.

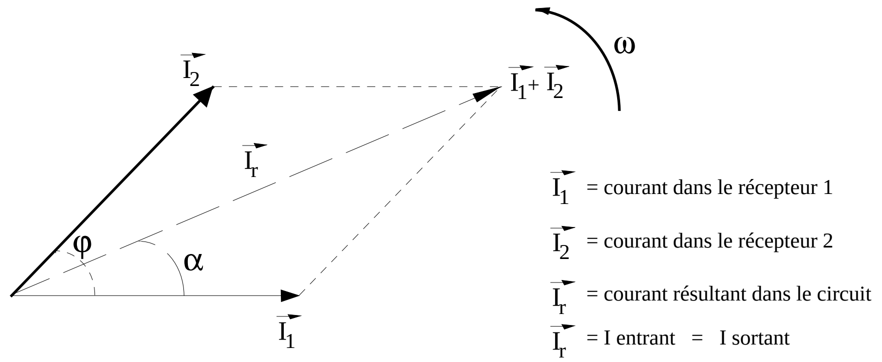
13.21 Représentation vectorielle :

Reprenons le circuit composé de deux récepteurs dans lesquels circulent des courants déphasés I_1 et I_2 .



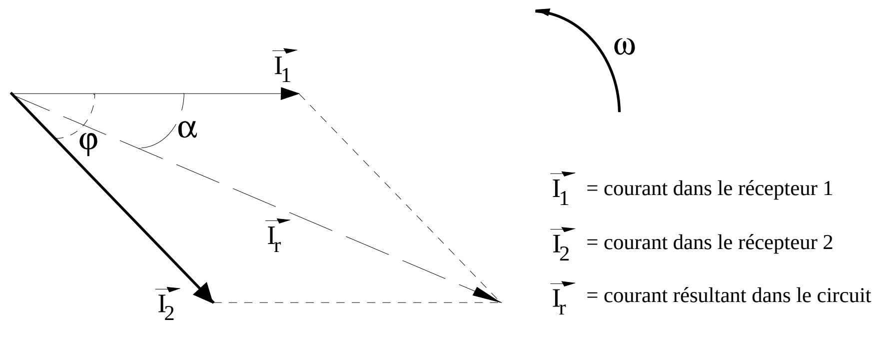
Le courant I_2 est en avance sur I_1 . L'angle φ détermine le déphasage.

<u>L'addition vectorielle nous donne le résultat suivant :</u>



φ déphasage entre I_1 et I_2 . α déphasage entre I_r et l'axe d'origine.

<u>Exemple pour un courant I_2 en retard par rapport au courant I_1 :</u>



φ déphasage entre I_1 et I_2 . α déphasage entre I_r et l'axe d'origine.

13.22 Exercices

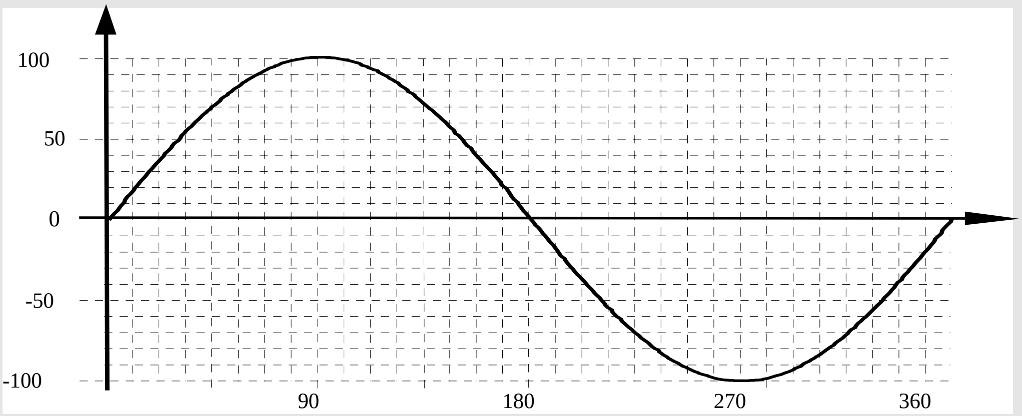
1. Quel est le genre de courant ou de tension affiché par les multimètres universels ?
2. Quels sont les symboles d'unités et de grandeurs utilisés pour définir la période et la fréquence ?
3. Une mesure en tension à l'intérieur d'un appareil nous donne une valeur de 46.8 [V]. Quelles sont les valeurs, moyenne, de crête et efficace de cette tension ?
4. Quelles sont les valeurs, efficace, de crête et moyenne de la tension aux bornes d'une batterie de voiture ?
5. Un fer à souder de 60 [W] est raccordé soit sur une tension continue soit sur une tension alternative de même valeur efficace. Dans quel cas le courant sera-t-il le plus important ?
6. Une mesure effectuée à l'oscilloscope donne une déviation verticale de la trace de 5 [cm]. Réglages de l'oscilloscope : X : 1 [cm] 0.2 [ms] Y : 1 [cm] 500 [mV] Donner toutes les valeurs calculables avec ces indications
7. Définir la pulsation.
8. Calculer la période pour les fréquences suivantes : 16 2/3 [Hz] ; 50 [Hz] ; 100.1 [MHz]
9. A combien de radians un angle de 135 ° correspond-il ?
10. Quelle est la fréquence de papillotement d'une lampe à incandescence branchée sur le réseau alternatif aux USA ?
11. Une tension alternative sinusoïdale de 3 [V] engendre un déplacement de 32 [mm] sur la trace d'un oscilloscope. Quel déplacement provoquera une tension de 11 [V] ?
12. Une tension alternative sinusoïdale a une valeur de 60 [V] 75 ° après le début de la période. Calculer la valeur efficace de cette tension.
13. Calculer la vitesse angulaire d'un courant alternatif sinusoïdal d'une fréquence de 36 [kHz]
14. Une tension alternative est mesurée à l'aide d'un oscilloscope. Sur l'écran, sa période mesure 45 [mm] avec un balayage réglé sur 2 [ms] par [cm]. Calculer la fréquence de ce signal.

Réponses :

1. *valeur efficace* ***2***. *période T en secondes [s] , fréquence f en Hertz [Hz]*
3. $\hat{U} = 66.18$ [V] , $U = 46.8$ [V] $U_m = 42.1$ [V]
4. *Une batterie de voiture fourni une tension continue*
5. *Le courant sera identique dans les deux cas, car* $I_{DC} = I_{eff}$
6. $U = 1.59$ [V] , $U_m = 1.43$ [V]
7. *Vitesse angulaire* ω *, elle définit la vitesse de rotation du rayon vecteur.*
8. *16 2/3 [Hz] 60 [ms] , 50 [Hz] 20 [ms] , 100.1 [MHz] 9.99 [ns]* ***9***. *2.356 [rad]*
10 *f = 60 [Hz] papillotement 120 fois par secondes* ***11***. *117.33 [mm]* ***12***. *U = 43.92 [V]*
13. $\omega = 2.26$ [rad $\cdot$ s^{-1}] ***14***. *T = 9 [ms] f = 111.11 [Hz]*

Exercices :

1. Pour tous les axes, indiquer le symbole de la grandeur et le symbole de l'unité.



a) Dessiner sur le même graphique une courbe sinusoïdale sans déphasage, de même fréquence avec U = 30 [V] .

b) Marquer avec un point bleu le maximum positif des deux courbes.

c) Quelle est la différence de tension entre le maximum positif des deux courbes ?

d) Quelle est la différence angulaire (axe des X) entre la courbe A et la courbe B ?

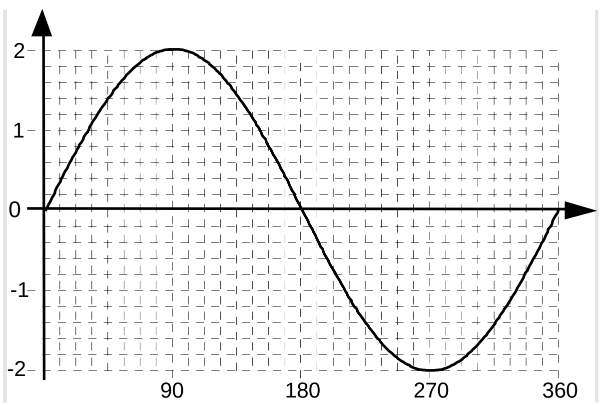
e) Dessiner le diagramme vectoriel représentant la valeur efficace des deux courbes.

2. Compléter s'il y a lieu les axes (symboles d'unité et de grandeur)

Repérer la période, l'alternance positive et l'alternance négative.

Quelle est la valeur de la tension pour : 90 ° et 210 °

Quels sont les angles pour une tension de : 0.5 [V] et - 0.7 [V]



3. Convertir les angles suivants soit en radians, soit en degrés :.

135 ° 1.45 [rad] 360 ° 7.66 [rad] 425 ° 6.28 [rad]

4. Calculer les valeurs de courants et de tensions instantanées avec les données suivantes :

Î = 1.8 [A] f = 1 [kHz] t = 600 [µs] i = ?

Û = 60 [V] f = 100 [Hz] t = 5 [ms] u = ?

Û = 52 [V] u = 45 [V] t = 20 [ms] f = ?

Î = 2.5 [A] i = 680 [mA] t = 1400 [µs] f =

5. Une installation d'éclairage composée de 7 lampes montées en parallèle et d'une puissance de 25 [W] chacune. En cas de panne une alimentation de secours est mise en fonction pour éviter une coupure dans l'éclairage. L'alimentation de secours fonctionne avec des 4 batteries 12 [V] montées en série. Calculer les courants efficaces et de crête dans les deux cas.

6. Compléter le tableau suivant :

Fréquence	Pulsation	Période	Durée de l'alternance	
f			**préfixes**	**puissances**
		[s]		
50				
	0.5			
		10		
			2 [µs]	$2 \cdot 10^{-6}$ [s]
417				
	125			
		2 [ns]		
1000				
			0.04 [s]	$4 \cdot 10^{-2}$ [s]

7. Un circuit est composé de deux récepteurs branchés en série.
Les valeurs mesurées sont les suivantes :

$U_1 = 50$ [V] $U_2 = 30$ [V] $\varphi = 70°$

Tracer le diagramme vectoriel et déterminer $U_{circuit}$ ainsi que l'angle de déphasage par rapport à U_1.

8. Un circuit est composé de trois récepteurs branchés en série.
Les valeurs mesurées sont les suivantes :

$U_1 = 50$ [V] $U_2 = 100$ [V] $U_3 = 75$ [V]

angle U_1 $U_2 = 90°$ angle U_1 $U_3 = -45°$

Tracer le diagramme vectoriel et déterminer U_{alim} ainsi que l'angle de déphasage par rapport à U_1 .

9. Un circuit est composé de trois récepteurs branchés parallèle.
Les valeurs mesurées sont les suivantes :

$I_1 = 2.5$ [A] $I_2 = 1500$ [mA] $I_3 = 750$ [mA]

angle I_1 $I_2 = -90°$ angle I_2 $I_3 = 135°$

Tracer le diagramme vectoriel et déterminer $I_{alimentation}$ ainsi que l'angle de déphasage avec I_3.

<u>Réponses :</u> ***3***. *135[°] 2.35[rad] 1.45 [rad] 83.08 [°] 360 [°] 6.28 [rad] 7.66 [rad] 438.89 [°] 425 [°[7.41 [rad] 6.28 [rad] 360 [°]*
4. *i = 118 [mA] u = 3.3 [V] f = 476.9 [Hz] f = 1794.3 [Hz]*
5. *$I_{crête}$ = 5.16 [A] $I_{efficace}$ = 3.65 [A] I_{DC} = 3.65 [A]*