

CHAPITRE 2

ELEMENTS PHYSIQUES

Au chapitre 1, nous avons présenté un certain nombre d'éléments idéaux, abstraits, mathématiques. Aucune référence n'a été faite à la physique. Les termes de *tension* et de *courant* ont été définis de façon purement axiomatique. Ils peuvent en principe s'appliquer à tout couple de grandeurs physiques liées par des équations intégral-différentielles.

En particulier, u et i peuvent représenter la tension et le courant *électriques*¹. Il existe alors des composants électriques dont le comportement est très proche de celui de ces éléments idéaux. D'autres éléments réels, plus complexes, peuvent également être modélisés à l'aide des éléments déjà introduits.

Ce chapitre est consacré à l'étude des composants électriques de base. Nous nous concentrerons même plus particulièrement sur les composants macroscopiques, que l'on peut se procurer au détail et qui permettraient à l'étudiant curieux de réaliser de montages électriques ou électroniques simples.

Il existe en pratique plusieurs autres technologies permettant de réaliser des systèmes électroniques, et ce sont même de loin les plus utilisées aujourd'hui dans les applications industrielles. Ainsi les *composants en montage de surface* (CMS), de dimensions plus réduites que ceux dont nous parlerons ici, et dont la mise en oeuvre nécessite une machine spécialisée. Grâce à la *micro-électronique*, la taille des composants peut encore être réduite par *intégration*, dans des *circuits intégrés spécifiques* (ASIC : application-specific integrated circuit).

2.1 La résistance

Par suite de la pauvreté du vocabulaire technique français, on désigne du même mot trois êtres différents; on appelle résistance :

- * *le composant physique* (que nous étudions ici);
- * *le bipôle idéal*;
- * *la valeur en ohms du rapport u/i .*

¹ Il est également possible d'associer u et i à d'autres grandeurs, mécaniques ou acoustiques par exemple, ce qui étend considérablement le champ d'application de la théorie des circuits.

Dans le cas d'autres composants et éléments, on dispose des couples bobine-inductance et condensateur-capacité pour introduire la distinction nécessaire. Nous nous en tiendrons strictement à cette distinction qui n'est pas seulement d'ordre philologique mais qui souligne aussi une distinction conceptuelle entre la réalité et le modèle.

2.1.1 L'élément physique et son modèle

Un cylindre de carbone ou une lame de cuivre placés entre deux bornes obéissent à la *loi d'Ohm* (1.1), avec :

$$R = \rho \frac{l}{S} : \text{Résistance d'une tige conductrice ohmique } (\Omega)$$

ρ : résistivité ($\Omega \cdot m$)

l : longueur de la tige (m)

S : section de la tige (m^2)

2.1.2 Le composant normalisé

Il existe des séries de résistances normalisées. Les séries diffèrent essentiellement entre elles par la *précision*, ou *tolérance*, des composants (par rapport à la valeur nominale indiquée dessus) et par la *puissance admissible*.

La précision dépend surtout du matériau utilisé. Ainsi, la précision des résistances *au carbone* est de l'ordre de 5-10 %. Celle des résistances *à film métallique* descend à 1%. La résistante métallique de précision peut descendre à 0.1%. Les valeurs normalisées dépendent évidemment de la précision de la série.

La puissance admissible dépend surtout de la taille du composant (les grosses résistances, constituées d'un long bobinage, admettent une puissance plus élevée).

Le prix des composants est fonction de ces deux critères (précision – puissance).

La Fig. 2.1 donne un extrait de fiche technique d'une résistance :

Résistances à film métallique 1%



Série MBB 0207

- Faibles dimensions DIN 0204
- Stabilité mécanique élevée
- Faible bruit
- Excellente soudabilité

Données techniques

Charge nominale	0,6 W (70 °C)
Tolérance	±1%
Coefficient de température	50 ppm/K
Rigidité diélectrique	300 V _{eff}
Couleur	bleu clair
Entraxe minimum	7,5 mm

Indication de commande

Unité de livraison:	10 pièces par pièce
Prix:	

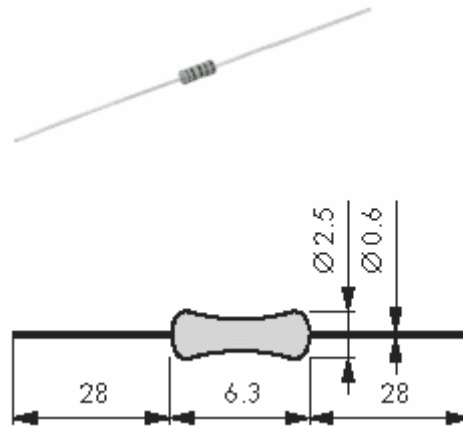


Fig. 2.1 Fiche technique d'une résistance

Comme celle montrée ce-dessus, les résistances que l'on trouve au détail sont souvent parées de bandes de couleurs (4, 5 ou 6). Les 2 ou 3 premières donnent les chiffres correspondant à la valeur de la résistance (noir=0 ; marron=1 ; rouge=2 ; orange=3 ; jaune=4 ; vert=5 ; bleu=6 ; violet=7 ; gris=8 ; blanc=9); les suivantes correspondent respectivement à un facteur multiplicateur (exposant de 10 donné par la couleur de la bande), à la tolérance (argent=10% ; or=5% ; marron=1%), et au coefficient de température.

2.1.3 Le composant à résistance variable manuellement : le potentiomètre²

Symbole associé :

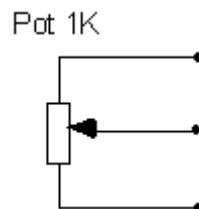


Fig. 2.2 Symbole associé au potentiomètre

² En toute rigueur, le terme de *potentiomètre* est réservé à la résistance réglable par l'utilisateur. Cet élément est le plus souvent associé à un bouton sur la face avant d'un appareil. La résistance ajustable, par contre, est destinée à être réglée par le concepteur, au moment de la mise au point du système. Elle est de petite dimension.

Le potentiomètre (Fig. 2.2) peut servir de diviseur de tension résistif, ou de résistance variable manuellement si l'on connecte la borne centrale à l'une des bornes extrêmes. Le symbole du potentiomètre est aussi parfois utilisé pour exprimer que dans un circuit, la valeur de la résistance est commandée par une autre grandeur.

La Fig. 2.3 donne un extrait de fiche technique d'une résistance ajustable :

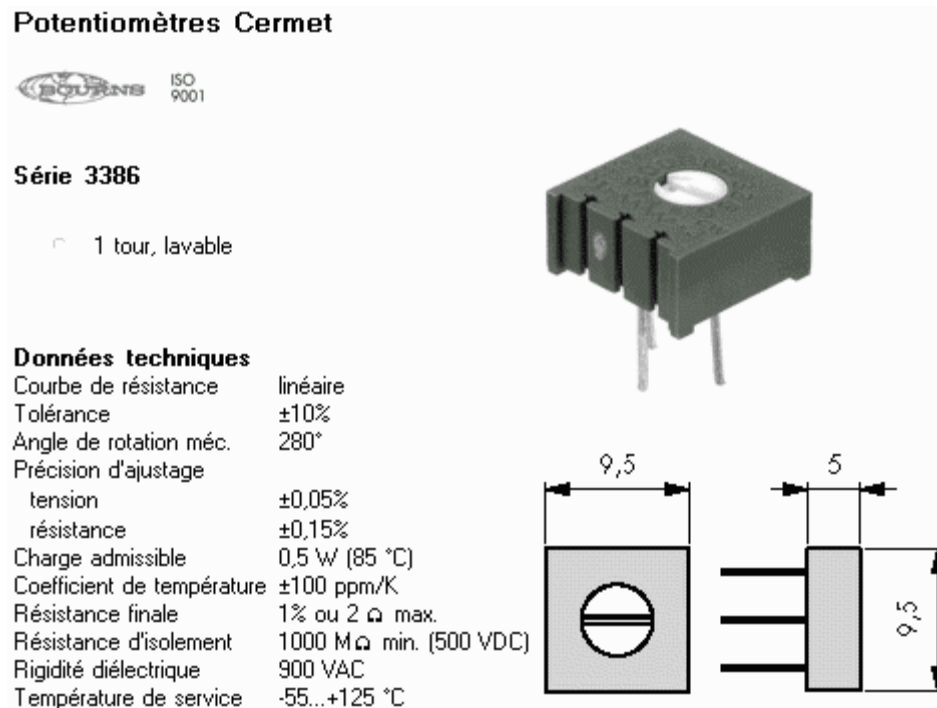


Fig. 2.3 Fiche technique d'une résistance ajustable

2.1.4 Autres exemples de composants résistifs

- Les *Photorésistances* (LDR : Light Depending Resistor) dont la valeur de la résistance dépend de l'éclairement et constituées d'inclusions de sulfure de cadmium dans du plastique. Ces résistances sont utilisées aujourd'hui dans les systèmes d'automatisation d'éclairage.

- Les *Thermistances* dont la valeur de la résistance dépend de la température. On les utilise par exemple pour limiter les courants de pointe dans les alimentations, dans les stabilisateurs de tension, et comme sondes thermométriques.

- Les *Varistances* (en anglais *voltage dependent resistor*), dont la valeur de la résistance est fonction de la tension appliquée (et donc non-linéaires). On les utilise également dans les stabilisateurs de tension.

2.1.5 Linéarité et autonomie d'une résistance

Une résistance n'est pas forcément linéaire ni forcément autonome (indépendante du temps) : lorsqu'on modélise un capteur ou un effet physique, à peu près tout peut arriver. Il existe par exemple des résistances dont la valeur varie fortement avec la température ambiante (thermistances) ; elles peuvent être utilisées comme détecteurs ou capteurs de température.

Pour un conducteur normal, on peut utiliser une approximation linéaire en la température, si le modèle autonome est insuffisant :

$$\begin{aligned} & \text{Résistance à la température } T \text{ (}^{\circ}\text{K)} \\ R &= R_0(1 + \alpha \cdot (T - T_0)) \text{ (}\Omega\text{)} \end{aligned}$$

R_0 : résistance à la température T_0 (Ω)

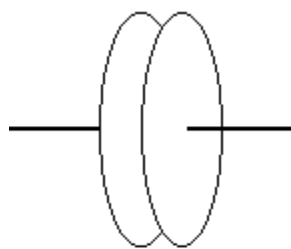
α : coefficient thermique ($1/^{\circ}\text{K}$)

De plus, chaque dispositif physique est caractérisé par une puissance limite qui peut y être dissipée sans danger. Au-delà le dispositif se détruit; R devient nul ou infini, cas extrême d'un comportement non linéaire.

2.2 Le condensateur

2.2.1 L'élément physique et son modèle

Deux plaques conductrices séparées par un diélectrique obéissent à l'équation (1.11), avec :



distance d
section S

$$C = \varepsilon \cdot \frac{S}{d} : \text{Capacité d'un condensateur à plaques (F)}$$

S : section d'influence (m^2)

d : distance d'influence (m)

ε : constante diélectrique ($\text{AsV}^{-1}\text{m}^{-1}$)

2.2.2 Le composant normalisé

Ici aussi, il existe des séries de composants normalisés, et le choix s'effectue en fonction de la gamme de capacités à implémenter, de la précision voulue (souvent très mauvaise: 20 % !), et du niveau de tension admissible. On peut citer :

- *Les condensateurs à diélectrique film plastique* (polypropylène, polystyrène, polyester...) : le diélectrique a une permittivité relative de l'ordre de 2 à 3, les gammes de capacités s'étendent entre 100 pF et 10 μF .

Pour des applications où de fortes valeurs de capacités sont nécessaires, on a recours aux condensateurs au tantale (volume réduit), dans le domaine des hautes fréquences (1 MHz à 1 GHz) il faudra utiliser des condensateurs céramiques hyperfréquences.

- *Les condensateurs électrolytiques* (ex : Fig. 2.4) sont constitués de deux armatures en aluminium séparées par un électrolyte gélifié en borate d'ammonium. Par électrolyse une fine couche d'alumine isolante se forme par oxydation sur l'anode et constitue le diélectrique. Les valeurs des capacités sont

élevées (jusqu'à 100 mF) mais ces condensateurs présentent l'inconvénient d'être polarisés (+ pour l'armature positive).

- Dans la même famille nous trouvons les *condensateurs au tantale* (ex : Fig. 2.5), peu coûteux, de dimensions plus réduites. Ils sont polarisés également, mais travaillent généralement sous des tensions plus faibles que les condensateurs aluminium.

- *Les condensateurs à papier paraffiné*, dont les armatures sont constituées par des feuilles d'aluminium, le diélectrique étant le papier paraffiné, le tout enroulé. Leurs capacités peuvent atteindre quelques μF .

- *Les condensateurs céramiques* ont des armatures en aluminium séparées par un diélectrique au titanate de baryum ; les capacités vont du pF au μF .

- *Les condensateurs au mica* sont constitués par un empilement de feuilles de mica aluminisées sur les deux faces, formant une association de condensateurs en parallèles, les capacités peuvent atteindre quelques μF .

- *Les condensateurs variables à lame d'air* constitués de deux paires d'armatures, dont l'une mobile par rapport à l'autre sont utilisés pour "accorder" des circuits en fréquence.

Condensateurs électrolytiques radiaux



Type SU - A

- Construction radiale
- Pour applications industrielles
- Connexions étamées

Données techniques

Tolérance capacité	$\pm 20\%$
Durée de vie	
\varnothing D 5...8	2000 h (85 °C)
\varnothing D 10...18	4000 h (85 °C)
Courant résiduel	0,01 C x V ou 3 μA
Temp. de service	-40...+85 °C



Fig. 2.4 Fiche technique d'un condensateur électrolytique

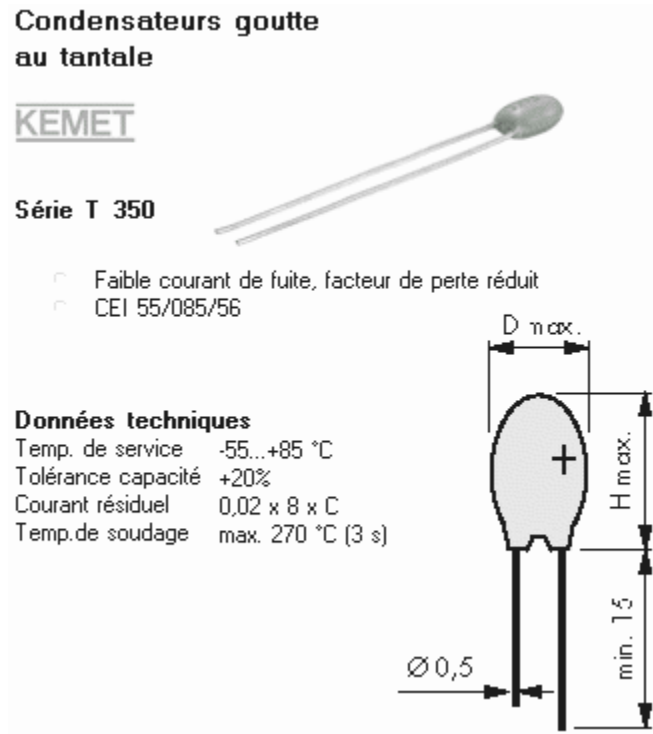


Fig. 2.5 Fiche technique d'un condensateur au tantale

2.2.3 Linéarité et autonomie des condensateurs

Les problèmes de linéarité des condensateurs sont plutôt rares, si ce n'est que la capacité s'annule définitivement lorsque la tension admissible est dépassée (le diélectrique perce).

Un exemple de capacité non autonome est donné par des capteurs capacitifs : on peut contrôler l'épaisseur de fines couches d'isolants, s'ils sont suffisamment diélectriques, en mesurant la capacité de plaques entre lesquelles passent des feuilles d'isolant à tester.

2.3 La bobine

2.3.1 L'élément physique et son modèle

Un solénoïde³ (bobine de fil de cuivre, dont le noyau est un matériau ferromagnétique) répond assez bien à l'équation (1.14), avec :

³ Ou *self*, qui rappelle que le phénomène en jeu est celui de l'auto induction.

$$L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot S}{l} : \text{inductance d'un solénoïde (Henri)}$$

l : longueur du solénoïde (m)

S : Section du solénoïde (m^2)

N : Nombre de spires (-)

μ : permittivité du milieu ($\text{VsA}^{-1}\text{m}^{-1}$)

Néanmoins, l'écart entre l'élément idéal et le composant physique est ici plus grand que celui qui existe entre condensateur et capacité. La circulation du courant dans le cuivre provoque inévitablement un effet Joule qui est encore accentué aux hautes fréquences par divers phénomènes (*effet de peau*) : par ailleurs il y a également des pertes dans le noyau. Pour tenir compte de ces dissipations, un modèle réaliste pour une bobine (Fig. 2.6) comporte une résistance en parallèle ou en série avec une inductance, le tout en parallèle avec une capacité (qui rend compte d'un effet capacitif parasite).

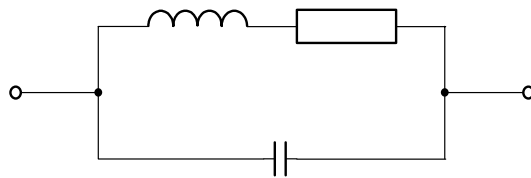


Fig. 2.6 Modèle réaliste d'une bobine

2.3.2 Le composant normalisé

Les Fig. 2.7 et Fig. 2.8 montrent des composants normalisés. Comme pour les condensateurs, la précision est souvent faible (10-20%). Par contre, les valeurs normalisées sont nettement moins nombreuses. On n'utilise de bobine dans un circuit que lorsque c'est vraiment indispensable (comme pour la synthèse de filtres très sélectifs). La plupart du temps, on simule une inductance par un gyrateur chargé par une capacité.



Fig. 2.7 Fiche technique d'une self miniature

Selfs d'accumulation

TICOMEL

Type SD

- Version à noyau torique pour alimentations à découpage
- Version ouverte ou moulée

Données techniques

Fréquence 100 kHz max.
 Tension d'essai 400 VDC max.
 Tension d'essai 4 kV/50 Hz/10 s
 (exclusivement
 boîtier)

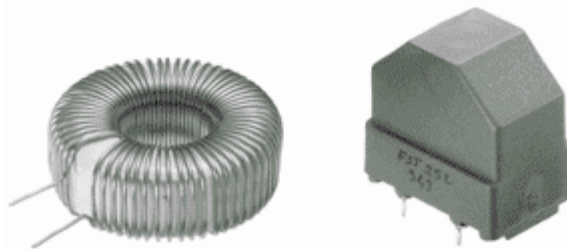


Fig. 2.8 Fiche technique d'une self de puissance

2.3.3 Linéarité, autonomie

La caractéristique d'une bobine peut facilement devenir non-linéaire : le phénomène de *saturation* (représenté à la Fig. 1.14.b) rend L dépendant de i dans (1.12); le phénomène d'*hystérèse* représenté à la Fig. 2.9 ne permet plus de définir Φ comme une fonction univoque de i . Ces deux phénomènes doivent être maintenus entre d'étroites limites si l'on veut pouvoir considérer la bobine comme un élément linéaire.

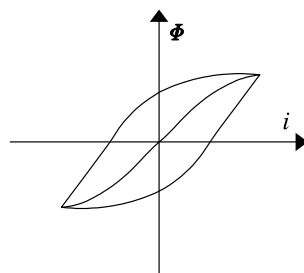


Fig. 2.9 L'hystérèse.

Un exemple d'inductance non-autonome est fourni par un capteur de position : une ferrite se déplace dans un bobinage et l'inductance varie en conséquence. Dans ce cas, le but de l'électronique en aval est de produire une information de position.

2.4 Les sources indépendantes

2.4.1 L'élément physique et son modèle

Il n'existe pratiquement pas de dispositifs physiques qui se comportent comme les sources indépendantes ou dépendantes qui ont été définies au chapitre 1.

La distinction la plus commune entre les sources réelles et les dipôles idéaux est la présence dans les premières d'une résistance interne. Ainsi, une dynamo peut être assimilée au modèle équivalent de la Fig. 2.10. L'inductance tient compte de l'énergie emmagasinée dans le circuit magnétique par le rotor et le stator de la machine (*flux transversal*). La résistance tient compte des effets dissipatifs dans le cuivre des enroulements.

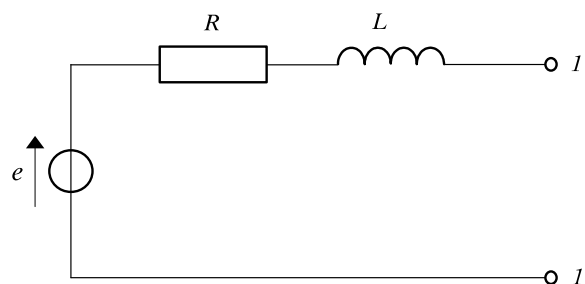


Fig. 2.10 Schéma équivalent d'une dynamo.

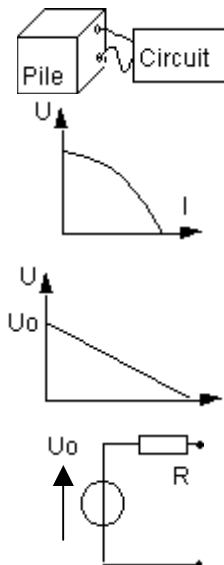
De même, on modélise une pile comme suit :

Une pile électrique est connectée à un circuit :

- Selon le courant que réclame le circuit, on constate expérimentalement une baisse de la tension fournie par la pile :

- On modélise la caractéristique expérimentale de ci-dessus par un modèle affine. On obtient :

- Le schéma équivalent du dipôle représentant cette caractéristique est donc :



La présence d'une résistance en série avec une source de tension pour modéliser une source physique est indispensable : la mise en court-circuit d'une source de tension idéale n'est en principe pas définie. La mise en court-circuit d'une source réelle fait apparaître un courant de court-circuit $I = E/R$, non infini. Un raisonnement semblable indique qu'une source de courant idéale est toujours en parallèle avec une résistance.

Il n'existe pas à proprement parler de *composant* normalisé (mis à part les piles). Les systèmes électriques servant de sources de tension ou de courant sont très divers (générateurs électrotechniques, alimentations électroniques stabilisées, amplificateurs opérationnels, etc.). En vertu du théorème de Thévenin, déjà mentionné à l'exercice 1.7 et que nous étudierons plus loin, tous ces systèmes peuvent se ramener aux circuits équivalents mentionnés ci-dessus.

2.4.2 Problèmes associés aux sources discontinues

Dans l'analyse d'un circuit interviennent souvent des sources dont la grandeur est une fonction discontinue du temps (voir les nombreux exemples du chapitre 4), soit explicitement (dans l'expression analytique de la tension ou du courant imposés par la source), soit implicitement (la source est branchée par un interrupteur). C'est là une idéalisation commode de certains systèmes physiques. Il faut cependant prendre certaines précautions lorsque l'on remplace ces systèmes physiques par leurs modèles mathématiques faute de quoi on aboutit à des résultats mathématiques dont l'interprétation physique est douteuse.

• Sources discontinues

On sait que dans un circuit, l'énergie emmagasinée dans les inductances et dans les capacités est fournie par les sources; si par conséquent on admet qu'une source physiquement réalisable ne peut à aucun moment fournir une puissance infinie, l'énergie emmagasinée dans chaque élément ne peut pas subir de discontinuités : le courant dans chaque inductance et la charge sur chaque capacité sont des fonctions continues du temps. Par suite des lemmes de Kirchhoff, cette exigence physique entraîne les deux règles suivantes :

- une source de courant dont le courant n'a d'autre issue que de passer par une ou plusieurs inductances *doit* être une fonction continue du temps (Fig. 2.11).
- une source de tension située dans une maille constituée (à part elle-même) exclusivement par des capacités *doit* être une fonction continue du temps (Fig. 2.12).

On remarquera que ces restrictions sont toujours satisfaites lorsque chaque source de courant est accompagnée d'une conductance interne parallèle (*source réelle de courant*) et lorsque chaque source de tension est accompagnée d'une résistance interne série (*source réelle de tension*).

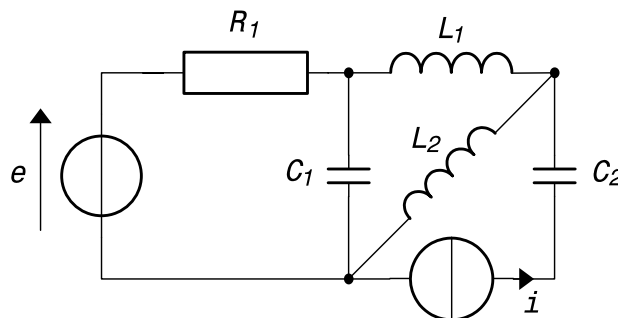


Fig. 2.11 Source de courant débitant exclusivement à travers des inductances.

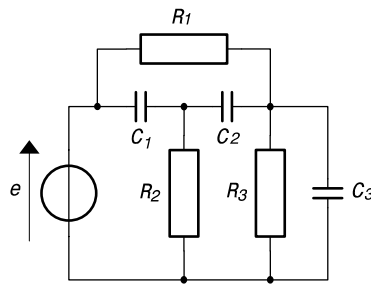


Fig. 2.12 Source de tension dans une maille purement capacitive.

- Réseaux avec interrupteurs.

Les phénomènes transitoires dans un circuit résultent généralement de l'ouverture ou de la fermeture d'un ou de plusieurs interrupteurs. On appelle interrupteur un dispositif qui permet d'établir un court-circuit entre deux noeuds d'un circuit ou encore de déconnecter une branche en introduisant un circuit ouvert en série avec elle; ces modifications ont lieu en principe en un temps infiniment court. Comme le fonctionnement d'un interrupteur modifie la topologie d'un réseau, le système des lemmes de Kirchhoff est modifié brutalement. Du point de vue de la théorie des circuits, la conservation de l'énergie n'est plus assurée et on aboutit dans certains cas à la situation inadmissible physiquement selon laquelle l'énergie présente dans un réseau, change brusquement de valeur à la suite du fonctionnement d'un interrupteur.

Ainsi, dans le circuit de la Fig. 2.13 si on ouvre l'interrupteur à l'instant

$$t = 0, \text{ on a } w(0^-) = 1/2 Li^2(0^-) \text{ et } w(0^+) = 0 \quad (2.1)$$

Dans celui de la Fig. 2.14, la fermeture de l'interrupteur annule brusquement l'énergie :

$$w(0^-) = 1/2 Cu^2(0^-) \text{ et } w(0^+) = 0 \quad (2.2)$$

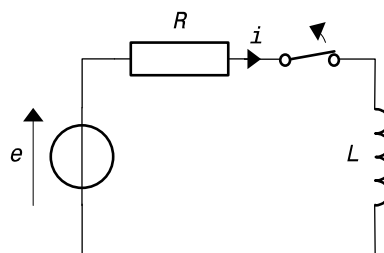


Fig. 2.13 Interrupteur en série avec une inductance

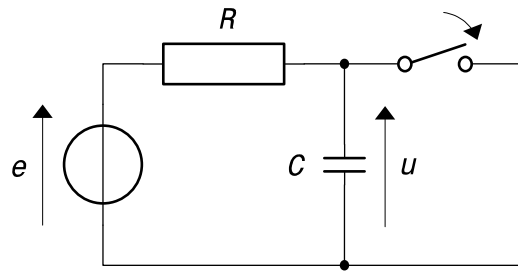


Fig. 2.14 Interrupteur en parallèle avec une capacité

Considérons encore la Fig. 2.15 : si avant la fermeture on a $u_1 = A$, $u_2 = 0$, on peut écrire dès la fermeture de l'interrupteur :

$$u_1 = u_1(0^-) - \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau = A - q/C \quad (2.3)$$

$$u_2 = u_2(0^-) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau = q/C$$

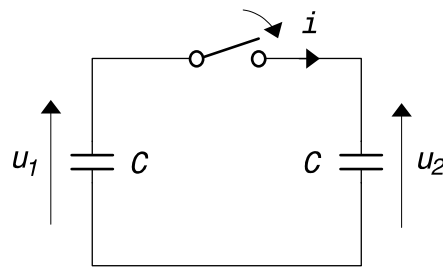


Fig. 2.15 Interrupteur en série avec deux capacités.

et l'égalisation de ces tensions impose $q = CA/2$. Le circuit a atteint cet état en un temps infiniment court. L'énergie emmagasinée dans les capacités après fermeture vaut :

$$w(0^+) = C(A/2)^2 = 1/4 CA^2 \quad (2.4)$$

alors qu'elle valait avant fermeture :

$$w(0^-) = 1/2 CA^2 \quad (2.5)$$

Dans chacun de ces exemples, il y a destruction instantanée d'une quantité finie d'énergie et il faut en conclure que l'idéalisation du dispositif est inadéquate : un interrupteur réel ne peut pas couper un courant fini en un temps infiniment court car il se produirait entre ses mâchoires un arc électrique dont l'effet serait de prolonger le passage du courant et éventuellement de détruire l'interrupteur; de même un interrupteur réel ne peut pas décharger instantanément un condensateur. D'autre part, dans le circuit de la Fig. 2.15, l'insertion d'une résistance non nulle, si petite soit-elle, entre les deux capacités, lève l'inéquation du modèle : on démontrera, à titre d'exercice, que l'énergie ayant disparu a été dissipée sur cette résistance. Comme ce résultat est valable quelle que soit la résistance, il l'est aussi à la limite.

En fait, un interrupteur que l'on ferme peut être assimilé à une source de tension discontinue imposant une annulation brusque de la différence de potentiel entre deux noeuds; un interrupteur que l'on ouvre peut être assimilé à une source de courant discontinue imposant une annulation brusque du courant qui le traverse; on peut donc énoncer les deux règles suivantes qui découlent de celles données au paragraphe précédent :

- on ne peut pas ouvrir un interrupteur situé sur le passage d'un courant qui n'a d'autre issue que de passer dans une ou plusieurs inductances, *sauf à l'instant précis où le courant qui le traverse s'annule* (Fig. 2.16 : S_1).
- on ne peut pas fermer un interrupteur situé dans une maille constituée (à part lui) exclusivement par des capacités, *sauf à l'instant précis où la tension à ses bornes s'annule spontanément* (Fig. 2.16 : S_2).

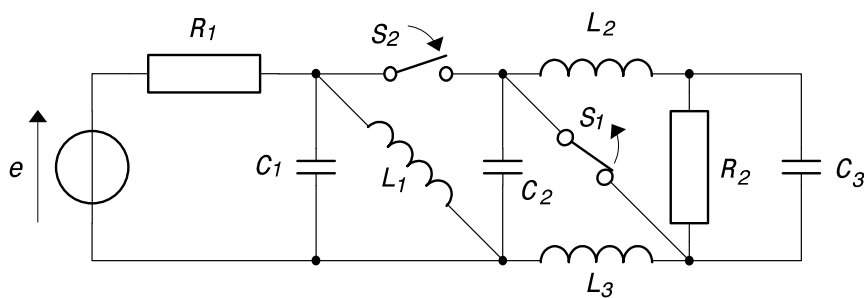


Fig. 2.16 Interrupteurs posant un problème de modélisation.

Il est inutile d'insister sur les difficultés techniques que présente une synchronisation parfaite du fonctionnement d'un interrupteur avec le passage spontané à zéro d'un courant ou d'une tension.

2.4.3 Adaptation source-charge

L'existence d'une résistance⁴ interne à une source pose le problème de l'adaptation de (l'impédance de) la charge.

Soit un générateur de tension, avec résistance de sortie R_i débitant dans une résistance de charge R . On suppose que R_i est une caractéristique fixée de la source.

On s'intéresse au transfert de puissance de la source vers le récepteur. Lorsque la résistance R varie, cette puissance varie aussi. Cette dernière est maximum lorsque les deux résistances sont égales. Le rendement vaut alors 0.5. En effet, on a :

⁴ Ou, comme nous le verrons plus tard, d'une impédance.

Rendement du transfert de puissance :

$$\eta = \frac{R}{R_i + R} \quad (-)$$

R : Résistance de charge (Ω)

R_i : Résistance de source (Ω)

Puissance consommée par la charge :

$$P_{\text{charge}} = \frac{U^2 \cdot R}{(R_i + R)^2} \quad (\text{W})$$

R : Résistance de charge (Ω)

R_i : Résistance de source (Ω)

On a pour ces deux relations puissance-résistance et rendement-résistance l'allure de la Fig. 2.17 :

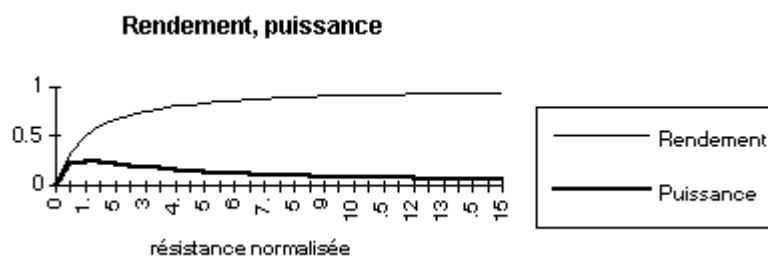


Fig. 2.17 Rendement et puissance utile en fonction de R/R_i .

et le maximum de puissance correspond à :

$$\text{Maximum de puissance: } P_{\text{max}} = \frac{U^2}{4 \cdot R_i}$$

$$\text{Adaptation de résistance: } R_i = R$$

$$\text{Rendement correspondant: } \eta = 0.5$$

Il peut donc être utile de connaître l'impédance de sortie d'un générateur, afin d'adapter l'impédance de la charge pour maximiser le transfert de puissance.⁵

2.5 Les sources dépendantes

La source dépendante est également un élément abstrait. On s'en sert pour modéliser des composants ou assemblages électroniques divers. Par exemple, la

⁵ Ceci peut se faire, par exemple, à l'aide d'un transformateur (cf. 2.6.3).

Fig. 2.18 montre deux schémas équivalents *petits signaux*⁶ pour le transistor⁷, qui font intervenir des sources de courant respectivement commandées en courant et en tension (le facteur β est typiquement de l'ordre de 100).

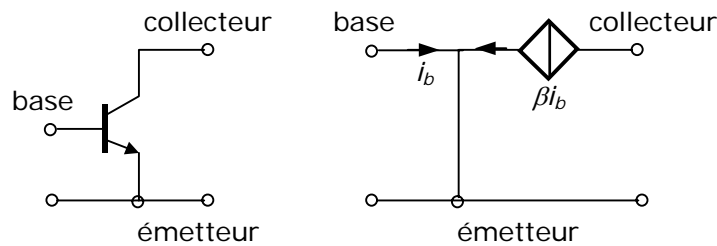


Fig. 2.18 Le transistor et son schéma équivalent.⁸

La Fig. 2.19 donne le schéma équivalent *petits signaux* de l'ampli opérationnel, qui fait intervenir une source de tension commandée en tension (la valeur de A est très importante, typiquement 10^6 ; R_o est petit, de l'ordre de 50Ω ; R_i est grand, de l'ordre de $1 \text{ M}\Omega$).

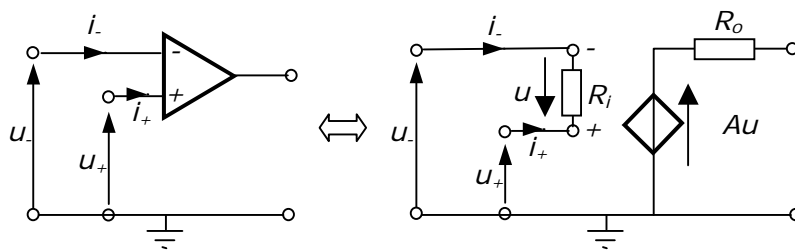


Fig. 2.19 L'ampli opérationnel et son schéma équivalent.

2.6 Le transformateur

2.6.1 L'élément physique et son modèle

Le transformateur idéal n'existe pas. Un transformateur électrique est un système à *induction mutuelle*. Il est constitué de deux enroulements électriques : l'un est le siège de la production d'un flux d'induction magnétique, l'autre est le siège de la captation de ce flux, ou du moins d'une partie de ce flux (Fig. 2.20). Concrètement, cela signifie qu'un courant i circulant dans l'inductance 1 crée un certain flux Φ traversant l'inductance 2 et que le courant circulant dans la bobine 2 crée proportionnellement le même flux traversant la bobine 1.

⁶ Cette notion sera précisée plus tard.

⁷ Le transistor sera étudié en détail au cours d'électronique analogique.

⁸ La Fig. 2.18 montre le symbole d'un transistor *nnp*. Le schéma équivalent est le même pour le transistor *pnp*.

$$\begin{aligned}\Phi_1(t) &= L_{11}i_1(t) + L_{12}i_2(t) \\ \Phi_2(t) &= L_{12}i_1(t) + L_{22}i_2(t)\end{aligned}\quad (2.6)$$

et donc :

$$\begin{aligned}u_1(t) &= L_{11}(di_1/dt) \pm L_{12}(di_2/dt) \\ u_2(t) &= \pm L_{12}(di_1/dt) + L_{22}(di_2/dt) \\ \text{ou} \\ U_1(p) &= pL_{11}I_1(p) - L_{11}i_1(0_-) \pm pL_{12}I_2(p) \mp L_{12}i_2(0_-) \\ U_2(p) &= \pm pL_{12}I_1(p) \mp L_{12}i_1(0_-) + pL_{22}I_2(p) - L_{22}i_2(0_-)\end{aligned}\quad (2.7)$$

Le composant de la Fig. 2.20 définit une *paire d'inductances couplées*. L_{12} est appelé *inductance mutuelle*.

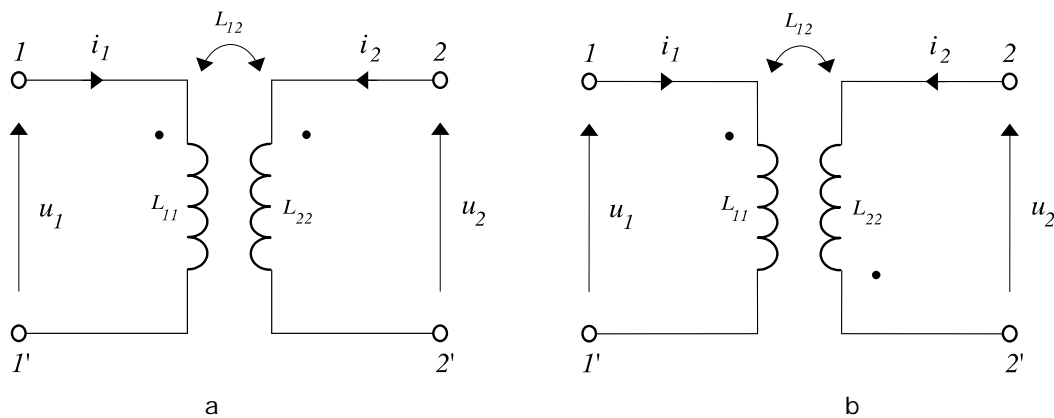


Fig. 2.20 Paire d'inductances couplées (a : courants créant des flux concordants ; b : courants créant des flux discordants).

Les grandeurs L_{11} et L_{22} sont positives pour la convention de signe adoptée pour chaque accès de la Fig. 2.20. Le signe L_{12} pourrait en principe être quelconque : selon que les flux créés par i_1 et i_2 s'additionnent, ou bien qu'ils se soustraient. Pour distinguer ces deux cas, on repère le sens des courants créant des flux qui s'additionnent, on marque les bornes d'un point comme présenté à la Fig. 2.20.a et b. Avec cette convention, L_{12} est toujours positif. Le signe '+' est adopté dans les équations (2.7) dans le cas de courant créant des flux concordants (Fig. 2.20.a), et le signe '-' correspond au cas discordant. La double flèche en dessous de L_{12} repère simplement les deux inductances qui sont couplées et ne dit rien quant au sens des flux ⁹.

On définit également le *facteur de couplage* k comme :

$$k = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_{11}L_{22}}}\quad (2.8)$$

⁹ Cette double flèche est redondante dans un schéma aussi simple que celui de la figure considérée, mais elle devient nécessaire dans un réseau compliqué où les bobines ne sont pas dessinées à proximité l'une de l'autre.

k est compris entre 0 et 1. Une valeur nulle correspond à un couplage inexistant. Une valeur de 1 correspond à un couplage parfait : tout le flux créé dans chaque inductance passe dans l'autre.

Lors que le couplage est parfait, la paire d'inductances couplées peut être modélisée par un transformateur idéal. En effet, les équations (2.7) deviennent alors :

$$\begin{aligned} u_1(t) &= L_{11}(di_1/dt) \pm \sqrt{L_{11}L_{22}}(di_2/dt) \\ u_2(t) &= \pm \sqrt{L_{11}L_{22}}(di_1/dt) + L_{22}(di_2/dt) \end{aligned} \tag{2.9}$$

Et il vient alors l'équation classique du transformateur idéal :

$$\frac{u_1}{u_2} = \pm \sqrt{\frac{L_{11}}{L_{22}}} \tag{2.10}$$

On peut également facilement obtenir, par intégration (et en supposant que L_{11} et L_{22} sont très grandes) :

$$\frac{i_2}{i_1} = \mp \sqrt{\frac{L_{11}}{L_{22}}} \tag{2.11}^{10}$$

Lorsque le couplage est imparfait (ce qui est toujours le cas en pratique), la Fig. 2.21 montre qu'une paire d'inductances couplées est équivalente à 3 inductances en T isolées par un transformateur (qui n'a d'autre rôle que d'empêcher le passage d'un courant continu à travers le circuit).

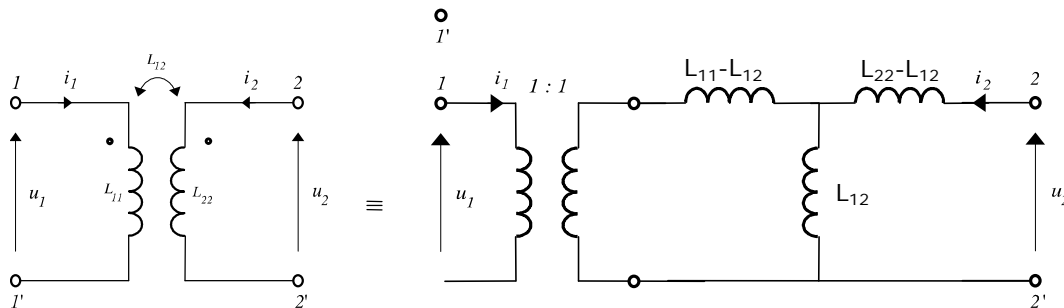


Fig. 2.21 Circuit équivalent à la paire d'inductances couplées.

On montrera également, à titre d'exercice, que le modèle de la Fig. 2.22, beaucoup plus compact, est équivalent.

¹⁰ Cette équation est évidemment fautive si i_1 est continu : le flux Φ_1 étant continu, il n'a pas d'effet sur u_2 , et donc sur i_2 . En continu une paire d'inductances couplées se comporte comme deux résistances indépendantes (la résistance propre des bobinages, normalement très faible).

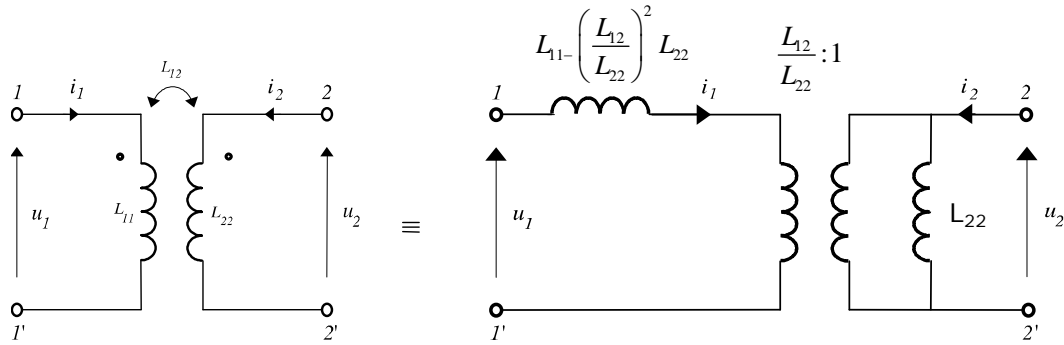


Fig. 2.22 Circuit équivalent à la paire d'inductances couplées.

Si l'on veut être complet, il convient également d'ajouter des résistances de pertes aux modèles précédents, comme on doit le faire pour des inductances simples.

Notons pour terminer que la paire d'inductances couplées est un élément passif. En effet :

$$\begin{aligned}
 w(t) &= \int_{-\infty}^t \left[(L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt})i_1 + (L_{22} \frac{di_2}{dt} + L_{12} \frac{di_1}{dt})i_2 \right] dt \\
 &= [L_{11}i_1^2(t) + 2L_{12}i_1(t)i_2(t) + L_{22}i_2^2(t)]/2
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

Et, puisque $L_{11} > 0$ et $L_{22} > 0$ et qu'on a la relation:

$$L_{11}L_{22} - L_{12}^2 \geq 0 \quad (\text{puisque } k \leq 1) \tag{2.13}$$

la forme quadratique (2.12) est définie positive.

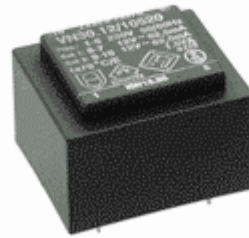
2.6.2 Le composant normalisé

La Fig. 2.23 montre un exemple de composant normalisé.

Transformateurs pour montage print



- ☐ Boîtier en polyamide coulé
- ☐ Connexions sur contacts de print
- ☐ Avec un ou deux enroulements secondaires
- ☐ EN 60742



Données techniques

Tension primaire	230 VAC
Tension d'essai	4000 VAC/50 Hz
Gamme de fréquence	50/60 Hz
EI 30	protégé contre court-circuits
Température ambiante	
EI 30	70 °C max.
EI 38...EI 66	40 °C max.

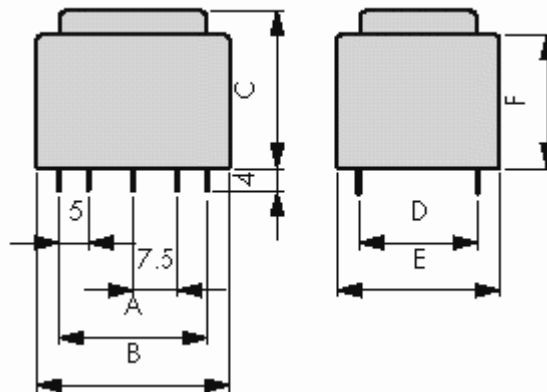


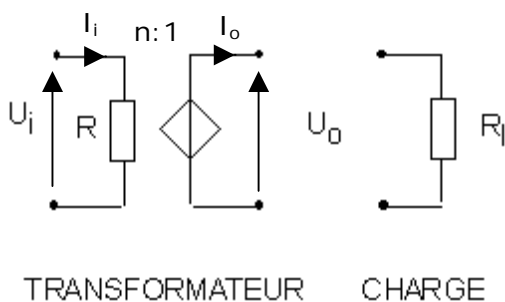
Fig. 2.23 Fiche technique d'un transformateur.

2.6.3 Utilisation

Typiquement, on utilise un transformateur pour convertir des niveaux de tensions.

Le transformateur permet aussi de découpler (galvaniquement) les masses, grâce au couplage magnétique assurant la transmission de la puissance électrique. La masse du réseau est une masse de puissance, peu précise, subissant des parasites, alors que celle qu'on emploie en électronique doit être aussi propre, stable que possible, d'où un autre avantage du transformateur. Ce dernier est parfois même utilisé uniquement pour cette raison : deux circuits doivent se transmettre de l'information, mais les masses doivent rester découplées.

Enfin, le transformateur peut être utilisé pour *modifier la charge vue par une source*. Imaginons le transformateur alimenté par une source et chargé par un dipôle réel. Pour la modélisation la plus simple, on obtient :



Avec:

- R_i : résistance interne de la source (Ω)
- U_i : tension d'entrée du transformateur (V)
- R : résistance "vue" par la source (Ω)
- U_o : tension sortie du transformateur (V)
- R_1 : résistance de charge du circuit (Ω)

La résistance vue par la source (à gauche du transformateur) est donnée par U_i/I_i , qui vaut $n^2 U_o/I_o$, c'est-à-dire $n^2 R_1$.

2.7 Limitations du modèle de Kirchhoff

Selon le modèle de Kirchhoff, un circuit n'a pas de dimension. Les phénomènes électromagnétiques sont sensés s'y propager instantanément, de sorte que la taille réelle du circuit n'a pas d'importance. De même, la taille éléments du modèle est sensée être infiniment petite par rapport à la longueur d'onde des phénomènes électromagnétiques en jeu. On parle d'ailleurs de *circuit à constantes (ou à éléments) concentré(s)*.

Pour nombre de réseaux électriques, cette hypothèse est une bonne approximation de la réalité puisque la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques atteint $c=3 \cdot 10^8$ m/s. Ainsi, si une source fournit une onde (de tension ou de courant) variant sinusoidalement dans le temps avec une fréquence f , une période T , et une longueur d'onde λ , il suffit en pratique que la dimension l du circuit (et de chacun de ses éléments) soit telle que :

$$l < 10^{-2} \lambda \quad (\text{avec } \lambda = cT = c/f) \quad (2.14)$$

Typiquement, cette condition ne sera pas vérifiée dans deux cas : si les dimensions du circuit sont trop importantes ou les fréquences des ondes électromagnétiques sont trop grandes.

Exemple 2.1

Le circuit d'un amplificateur audio a des dimensions de l'ordre du décimètre et traite des fréquences inférieures ou égales à 15000 Hz. L'équation (2.14) devient alors :

$$l < 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^4 \text{ m} = 200 \text{ m} \quad (2.15)$$

On se trouve bien dans le cadre de la théorie envisagée.

Exemple 2.2

Dans le cas de la distribution de puissance en Europe, par exemple, la fréquence du réseau est de 50 Hz. L'équation (2.14) devient alors :

$$l < 10^{-2} \cdot 6 \cdot 10^6 \text{ m} = 60 \text{ km} \quad (2.16)$$

Tant qu'un réseau de distribution est en dessous de cette limite, le modèle de Kirchhoff est d'application. On pourra alors par exemple modéliser une ligne par la Fig 2.24(a). Si les dimensions de la ligne sont trop importantes, il faudra passer à une modélisation dite *à constantes réparties*, où des tronçons élémentaires de la ligne seront modélisés par des éléments infinitésimaux. Ce type d'approche sera l'objet du cours de *théorie des lignes*.

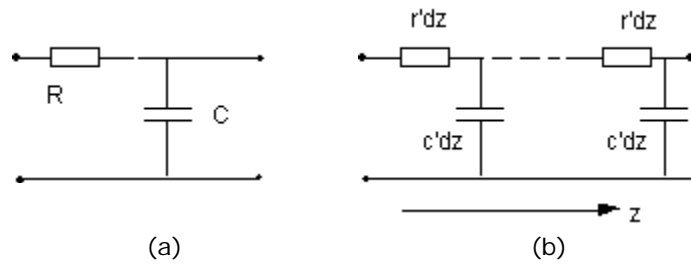


Fig 2.24 Modèle à constantes réparties (a) d'une ligne de transmission ; modèle à constante concentrées (b) de cette même ligne.

Exemple 2.3

Un équipement de radar utilise une fréquence de 10^{10} Hz. L'équation (2.14) devient alors :

$$l < 10^{-2} \cdot 3 \cdot 10^{-2} m = 0.3 \text{ mm} \tag{2.17}$$

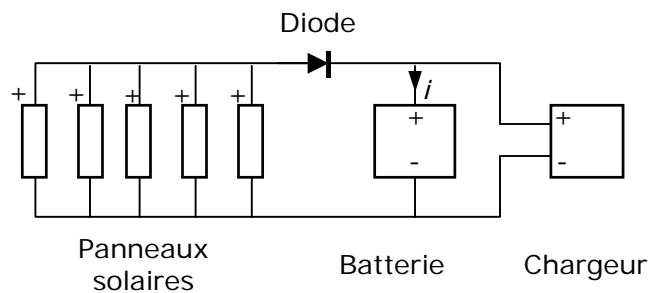
La théorie envisagée est inapplicable puisque les dimensions de l'équipement sont de l'ordre du mètre.

Ce type de problème sera l'objet du cours de *théorie des hyperfréquences*.

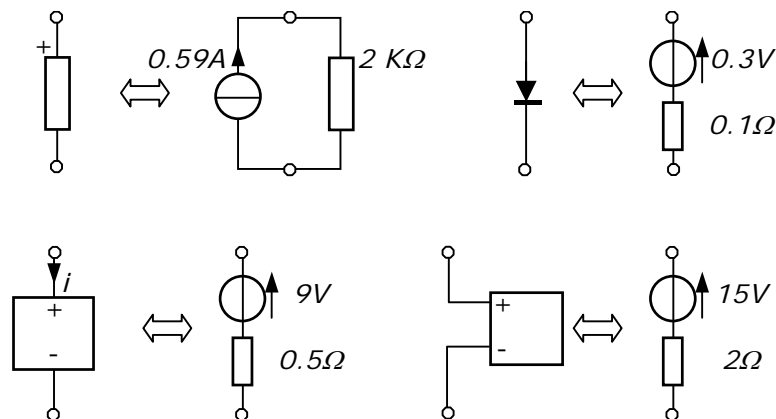
Exercices

Exercice 2.1

Cinq panneaux solaires et un chargeur sont connectés à une batterie :



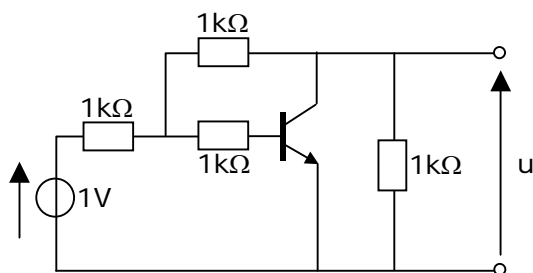
Les dipôles équivalents des éléments du circuit sont :



On demande de calculer le courant de charge i .

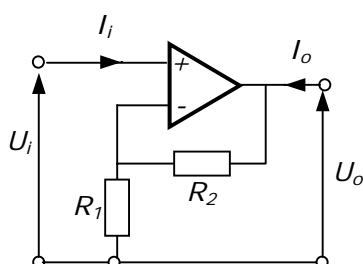
Exercice 2.2

Trouver l'équivalent de Thévenin du circuit suivant :



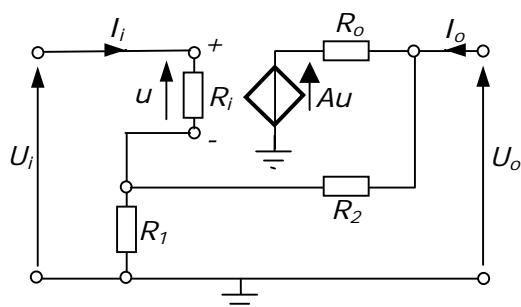
Exercice 2.3

Calculons le gain U_o/U_i (avec $I_o=0$) du circuit ci-dessous, qui constitue ce que l'on appelle un *amplificateur non inverseur*.

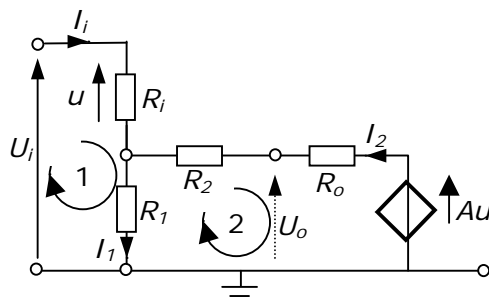


Solution

Commençons par établir le schéma équivalent en petits signaux :



On remet le circuit en forme et on fait apparaître les courants dans les trois branches (avec un sens choisi arbitrairement comme positif), puis on choisit (toujours aussi arbitrairement) le sens positif des deux mailles indépendantes :



Il vient alors :

$$\begin{aligned}
 I_i - I_1 + I_2 &= 0 \\
 U_i - R_i I_i - R_1 I_1 &= 0 \\
 R_1 I_1 + (R_2 + R_o) I_2 - A R_i I_i &= 0
 \end{aligned}$$

c'est-à-dire :

$$\begin{aligned}
 I_i - I_1 + I_2 &= 0 \\
 +R_i I_i + R_1 I_1 &= U_i \\
 -AR_i I_i + R_1 I_1 + (R_2 + R_o) I_2 &= 0
 \end{aligned}$$

ou encore :

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ R_i & R_1 & 0 \\ -AR_i & R_1 & (R_2 + R_o) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_i \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ U_i \\ 0 \end{bmatrix}$$

Puisque $U_o = AR_i I_i - R_o I_2$, il faut calculer I_i et I_2 :

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ R_i & R_1 & 0 \\ -AR_i & R_1 & (R_2 + R_o) \end{vmatrix} = R_i(R_2 + R_o + R_1) + R_1(R_2 + R_o + AR_i)$$

$$I_i = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ U_i & R_1 & 0 \\ 0 & R_1 & (R_2 + R_o) \end{vmatrix} = \frac{U_i}{\Delta} (R_2 + R_o + R_1)$$

$$I_2 = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ R_i & R_1 & U_i \\ -AR_i & R_1 & 0 \end{vmatrix} = \frac{U_i}{\Delta} (AR_i - R_1)$$

Ce qui donne pour U_o/U_i :

$$\begin{aligned}
 U_o/U_i &= \frac{AR_i(R_2 + R_o + R_1) - R_o(AR_i - R_1)}{\Delta} \\
 &= \frac{AR_i(R_2 + R_1) + R_o R_1}{R_i(R_2 + R_o + R_1) + R_1(R_2 + R_o + AR_i)}
 \end{aligned}$$

Et si on fait l'hypothèse classique que $R_o \ll$, que $R_i \gg$, et que $A \gg$, il vient l'expression bien connue des électroniciens :

$$\left. \frac{U_o}{U_i} \right|_{I_o=0} = \frac{AR_i(R_2 + R_1)}{R_i(R_2 + R_1) + AR_i R_1} = \frac{R_2 + R_1}{\frac{R_2 + R_1}{A} + R_1} = \frac{R_2 + R_1}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Exercice 2.4

Déterminer les résistances d'entrée U_i/I_i et de sortie U_o/I_o de l'amplificateur non inverseur de l'exercice précédent.

Exercice 2.5

Calculer le gain U_o/U_i de l'amplificateur *inverseur* ci-dessous, et déterminer ses résistances d'entrée (définie comme U_i/I_i quand $I_o = 0$) et de sortie (définie comme U_o/I_o quand $U_i = 0$)

